Приложение 4
к образовательной программе

РАБОЧАЯПРОГРАММАДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.02.ДЭ.02.02 Математический анализ
(индекс,наименованиедисциплинывсоответствиисучебнымпланом)

38.03.01Экономика
(код,наименованиенаправленияподготовки)

Экономика и управление организацией
(наименованиеобразовательнойпрограммы)

Очная,очно-заочная форма обучения
(форма обучения)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 7EA87949AEF3929182CB76EC6B77ADA6
Владелец: Арсенян Арташес Завенович
Действителен: с 03.02.2026 до 29.04.2027

Год набора – 2026

Красногорск

Автор(ы)-составитель(и)РПД:

Бутузова Лариса Леонидовна, к.э.н. доцент, заведующий кафедрой социально-экономических дисциплин, математикии и нформатики факультета Экономики и менеджмента, Московский областной филиал.

Заведующий кафедрой:

Бутузова Лариса Леонидовна ,к.э.н. доцент, заведующий кафедрой социально-экономических дисциплин, математики и информатики факультета Экономики и менеджмента, Московский областной филиал.

Рабочая программа дисциплины Б1.О.02.ДЭ.02.02 Математический анализ одобрена на заседании кафедры социально- экономических дисциплин, математики и информатики факультета Экономики и менеджмента, Московский областной филиал.

протокол № 8 от «15» апреля2026 г.

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы 4
3. Содержание и структура дисциплины (модуля) 5
4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания 14
5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам 19
6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине 34
7. Методические материалы по освоению дисциплины (модуля) 59
8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет 61
9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы 62

1. Переченьпланируемыхрезультатовобученияподисциплине,соотнесенныхспланируемымирезультатамиосвоенияобразовательнойпрограммы

ДисциплинаБ1.О.02.ДЭ.02.02«Математическийанализ»обеспечиваетформированиеуобучающихсяследующихпрофессиональныхкомпетенций:

ОТФ/ТФиреквизитыПС *(при наличии)*	**Код компетенции**	**Наименование компетенции**	**Код индикатора достижения компетенций**	**Наименование индикатора достижения компетенций**	**Образовательныйрезультат**
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
	ОПК-4	Способен предлагать экономически и финансово обоснованные организационно-управленческие решения в профессиональной деятельности	ОПК-4.2	Использует методы высшей математики для решения прикладных задач)	***ОПК-4.2 З-4. Знает***методы математического анализа и вычислений
					ОПК-4.2 У-1. Умеет решать прикладные задачи в области экономики и финансов, используя приёмы и методы высшей математики
					ОПК-4.2 У-2. Умеет применять математические методы при исследовании экономической деятельности предприятий и организаций

2. Объемиместодисциплины(модуля)вструктуреобразовательнойпрограммы

Общий объем дисциплины:
4,00 з.е., 144 ак.час

Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

- очная форма обучения: лекции - 28 а.ч., практические занятия - 28 а.ч., самостоятельная работа - 84 а. ч., контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий - 4 а.ч.;
- очно-заочная форма обучения: лекции - 16 а.ч., практические занятия - 16 а.ч., самостоятельная работа - 108 а. ч., контактная работа на аттестацию в период экзаменационныхсессий - 4 а.ч.

Дисциплина Б1.О.02.ДЭ.02.02«Математический анализ» изучается в 6 семестре на 3-м курсе очной формы обучения и в 6 семестре на 3-м курсе очно-заочной формы обучения.

Для освоения дисциплины «*Математический анализ»* обучающиеся используют знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дисциплин: *«Основы высшей математики», «Фундаментальная математика», «Математические методы в экономике».*

3. Содержаниеиструктурадисциплины(модуля)

3.1.Структурадисциплины(модуля)
Очнаяформаобучения

№п/п	Наименованиетеми(или)разделов		Объемдисциплины,ак.час												Форма текущего контроляуспеваемости,промежуточнойаттестации
		ВСЕГО	Контактнаяработаобучающихся спреподавателемповидамучебныхзанятий									Самостоятельнаяработа			
			Периодтеоретическогообучения						Периодпромежуточнойаттестации(сессия)						
			Занятиялекционноготипа		Занятиясеминарскоготипа		ИК	КСР	КЭ	Кат тэк	Контроль	СРкр	СРэк	СР	
			Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема1.	Множестваиихотображения.Функции	12	2			2								8	Опрос, тестирование
Тема2.	Пределинепрерывностьфункции	12	2			2								8	Опрос, практическое задание, контрольная работа
Тема 3.	Производная и дифференциал функции. Основные теоремы дифференциального исчисления	15	3			3								9	Опрос, практическое задание, контрольная работа

Тема 4.	Исследование свойств функций и построение их графиков	15	3			3							9	Опрос, практическое задание
Тема 5.	Неопределенный и определенный интеграл. Приложения интегрального исчисления	15	3			3							9	Опрос, практическое задание
Тема 6.	Пространство$\mathbb{R}^n$. Функции нескольких переменных (далее - ФНП). Производнаяпонаправлению. Градиент	15	3			3							9	Опрос, практическое задание
Тема7.	Производные высших порядков. Условный экстремум ФНП, его геометрическая интерпретация	14	3			3							8	Опрос, практическое задание
Тема8.	Числовыеряды	14	3			3							8	Опрос, практическое задание
Тема 9	Функциональные последовательности и ряды. Степенной ряд. ТеоремаАбеля	14	3			3							8	Опрос, практическое задание

Тема 10	Ряд Фурье по ортогональной системе функций. КоэффициентыФурье	14	3			3							8	Опрос, практическое задание
Промежуточная аттестация		4								4				Зачет
Итого		**144**	**28**			**28**				**4**			**84**	

Используемыесокращения:

Л–лекции-

занятия,предусматривающиепреимущественнуюпередачуучебнойинформациюобучающимсяпедагогическимиработникамиорганизациии(или)лицами,привлекаемымиорганизациейкреализацииобразовательныхпрограммнаиныхусловиях,).

ВЛ–видеолекции.

ЛР–лабораторныеработы.

ПЗ–практическиезанятия(заисключениемлабораторныхработ).

ИК–индивидуальныеконсультации.

КСР–контрольсамостоятельнойработы

КЭ–консультациипередэкзаменом

Каттэк–контактнаяработанааттестациювпериодэкзаменационныхсессий

СРкр–самостоятельнаяработанаподготовкукурсовойработы/курсовогопроекта.

СРэк–самостоятельнаяработанаподготовкукэкзамену.

СР–самостоятельнаяработавсеместренаподготовкукучебнымзанятиям.

Очно-заочнаяформаобучения

№ п/п	**Наименование тем и (или) разделов**		**Объемдисциплины, ак.час**			**Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации**
		ВСЕГО	**Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий**		**Самостоятельнаяработа**	
			Периодтеоретическогообучения	**Периодпромежуточнойаттестации**		

									(сессия)						
			Занятиялекционноготипа		**Занятиясеминарскоготипа**		**ИК**	**КСР**	**КЭ**	**Кат тэк**	**Контроль**	**СРкр**	**СРэк**	**СР**	
			Л	**ВЛ**	**ЛР**	**ПЗ**									
Тема 1.	Множества и их отображения. Функции	12	1			1								10	Опрос, тестирование
Тема 2.	Предел и непрерывностьфункции	12	1			1								10	Опрос, практическое задание, контрольная работа
Тема 3.	Производная и дифференциал функции. Основные теоремы дифференциального исчисления	13	1			1								11	Опрос, практическое задание, контрольная работа
Тема 4.	Исследование свойств функций и построение их графиков	13	1			1								11	Опрос, практическое задание
Тема 5.	Неопределенный и определенный интеграл. Приложения интегрального исчисления	15	2			2								11	Опрос, практическое задание

Тема 6.	Пространство$\mathbb{R}^n$. Функции нескольких переменных (далее - ФНП). Производнаяпонаправлению. Градиент	15	2			2							11	Опрос, практическое задание
Тема7.	Производные высших порядков. Условный экстремум ФНП, его геометрическая интерпретация	15	2			2							11	Опрос, практическое задание
Тема8.	Числовыеряды	15	2			2							11	Опрос, практическое задание
Тема 9	Функциональные последовательности и ряды. Степенной ряд. ТеоремаАбеля	15	2			2							11	Опрос, практическое задание
Тема 10	Ряд Фурье по ортогональной системе функций. КоэффициентыФурье	15	2			2							11	Опрос, практическое задание
Промежуточная аттестация		4								4				Зачет
Итого		**144**	**16**			**16**				**4**			**108**	

Используемыесокращения:

Л–лекции-

занятия,предусматривающиепреимущественнуюпередачуучебнойинформациюобучающимсяпедагогическимиработникамиорганизациии(или)лиц

ами,привлекаемымиорганизациейкреализацииобразовательныхпрограммнаиныхусловиях,).

ВЛ–видеолекции.

ЛР–лабораторныеработы.

ПЗ–практическиезанятия(заисключениемлабораторныхработ).

ИК–индивидуальныеконсультации.

КСР–контрольсамостоятельнойработы

КЭ–консультациипередэкзаменом

Каттэк–контактнаяработанааттестациювпериодэкзаменационныхсессий

СРкр–самостоятельнаяработанаподготовкукурсовойработы/курсовогопроекта.

СРэк–самостоятельнаяработанаподготовкукэкзамену.

СР–самостоятельнаяработавсеместренаподготовкукучебнымзанятиям.

3.2.Содержаниедисциплины

Тема1.Множестваиихотображения.Функции.

Множестваиоперациинадни-
ми.Декартовопроизведениемножеств.Множестводействительныхчисел.Верхниеинижниегра-
ни.Предельныеточки.Отображенияиихсвойства.Числовыефункции,определённыеначисловыхмноже-
ствах.Областьопределенияимножествозначенийфункции.Элементарныефункции.

Тема2.Пределинепрерывностьфункции.

Пределфункциипристремлениираргументакбесконечностииликонечномузначе-
нию,односторонниепределыфункциивточке.Бесконечномалыевеличины,ихрольвизученииповеденияфунк-
ций.Сравнениебесконечномалых,эквивалентныебесконечномалыефункции.Теоремыопределах.Признакисуществованияпределафункции,предельныйпереходвнеравенствах.Связьбесконечномалыхибесконечнобольшихвели-
чин.Первыйивторойзамечательныепределы,числое.

Непрерывность,точкиразрыва.Различныеопределениянепрерывности.Непрерывностьэлементарныхфункций.Свойствафункцийнепрерывныхнаотрезке.

Тема3.Производнаяидифференциалфункции.**Основныетеоремыдифференциальногоисчисления**.

Геометрическийифизическийсмыслпроизводной.Связьмеждунепрерывностьюидифференцируемостьюфункции.Правиладифференцирования.Производныеосновныхэлементарныхфункций.Дифференцированиенеявныхфункцийифункций,заданныхпараметрически.Дифференциалфункцииегосвойства,инвариантностьформыпервогодифференциала.Производныеидифференциалывысшихпорядков.Эластичностьиеёсвойства.ТеоремыРолля,ЛагранжаиКоши.Раскрытиенеопределённостей,ТеоремыЛопиталя-Бернулли.

Тема4.Исследованиесвойствфункцийипостроениеихграфиков.

Возрастаниеиубываниефункции.Минимумимаксимумфункции,теоремаФерма.Достаточныеусловияэкстремумафункции.Наибольшееинаименьшеезначениефункциинаотрезке.Выпуклостьиточкиперегибаграфикафункции.Асимптотыграфика.Общийпланисследованияповедениянфункции.

ФункцииспросаТорнквиста.Функцияполезности.Законубывающейпредельнойполезности.

Тема5.Неопределённыйинтегралиопределённыйинтеграл.Приложенияинтегральногоисчисления.

Первообразнаяфункция,структуранеопределённогоинтеграла.Таблицапростейшихнеопределённыхинтегралов
иправилаинтегрирования.Основныесвойстванеопределённогоинтеграла.Простейшиеметодыинтегрирования:замена
переменнойилиспособподстановки,интегралыотфункций,содержащихквадратныйтрёхчлен,интегрированиепочастям.Интегрированиерациональныхфункций,некоторыхиррациональныхфункций,тригонометрическихфункций.Неберущиесяинтегралы.

Применениеинтегральногоисчислениякрешениюуравненийэкономической
динамики:моделиХаррода-Домара,Солоу,моделиустановленияравновеснойрыночнойцены,управлениязапасами,модельконфликтовЛанкастера.

Задачаовычислениипутипозаданнойскорости,приводящаякзадачевычисленияплощадиплоскойфигуры,ограниченнойкривымилиниями.Интегральныесуммы.Определениеинтеграла(поРиману).Необходимоеусловиеинтегрируемостифункции.Основныесвойстваопределённогоинтеграла:сравнение,свойствоаддитивности,теоремаосреднемзначении.Интегрируемостьнепрерывнойфункции,интегрируемостькусочно-непрерывнойфункции.

Вычислениеопределённогоинтеграла,интегралспеременнымверхнимпределом.ФормулаНьютона-Лейбница.Заменапеременнойвопределённоминтеграле,интегрированиепочастям.

Геометрическиеприложенияопределённогоинтеграла:площадькриволинейнойтрапеции,вычислениеплощадиприпараметрическомзаданииуравненийкривой,площадьвполярныхкоординатах;длинадугикривой;объёмтелавращения;площадьповерхностивращения;вычислениецентратяжестиплоскойфигуры.

Приложенияопределённогоинтегралакзадачамэкономики:объёмвыпускаемойпродукции;коэффициентДжини;дисконтированныйдоход.

Несобственныйинтегралсбесконечнымипределамиинтегрирования.

Несобственныйинтегралотнеограниченныхфункций.КритерийКоши.Обобщениепонятияплощади.Сходимостьирасходимостьинтегралов $\int_a^{+\infty} \frac{dx}{x^p}, a > 0,.\int_0^1 \frac{dx}{x^p}$.

Заменапеременной,интегрированиепочастям,несобственныйинтегралспеременнымверхнимпределом.Признакисравнениядлянесобственныхинтеграловотнеотрицательныхфункций.

Абсолютносходящиесяиусловносходящиесяинтегралы.Признакисходимости.

Тема6.ПространствоR^n.Функциинесколькихпеременных(далее-ФНП).Производнаяпонаправлению.Градиент.

ПространствоR^n.МетрикаиокрестностивR^n.Открытые,замкнутые,компактныеисвязныемножествавR^n.Границамножества.ПонятиеобластивR^n.Линиииповерхностиуровня.Пределфункциимногихперемен-

ных.Непрерывностьфункциимногихпеременныхвточке,намножестве.ФункцияКобба-Дугласаифункциязатрат.

Частныепроизводныефункциимногихперемен-
ных,геометрическаяинтерпретациядлян=2.

Дифференцируемостьфункциимногихперемен-
ных.Необходимоеидостаточноеусловиядифференцируемостифункциимногихпеременных.Производнаясложнойфункции.Частнаяиполнаяпроизводные.Полныйдифференциал.Инвариантностьформыпервогодифференциала.Неявныефункции.

Производнаяфункциимногихпеременныхпонаправле-
нию,градиентиихсвойства.Касательнаяплоскостьинормалькповерхности,условияихсуществованияивыводуравне-
ний.Геометрическийсмыслдифференциалафункциидвухпеременных.МатрицаЯкоби.Свойстваякобиа-
на.Экстремумыфункциинесколькихпеременных.Необходимоеусловиесуществованияэкстремума.

**Те-
ма7.Производныевысшихпорядков.УсловныйэкстремумФНП,егогеометрическаяаинтерпретация**.

Производныевысшихпоряд-
ков.Дифференциалывысшихпорядков.МатрицаГессе.Гессиан,достаточныеусловияэкстремумафункциимногихперемен-
ных(бездоказательства).Теоремаонезависимостисмешанныхчастныхпроизводныхотпорядкадифференцирования(бездоказательства).

Условныйэкстремумфункциимногихперемен-
ных,егогеометрическаяинтерпретация.ФункцияЛагранжа.Необходимоеусловиесуществованияусловногоэкстремума(выводдлян=2).

Достаточныеусловиясуществованияэкстрему-
ма(бездоказательства).Нахождениенаибольшегоинаименьшегозначенийдифференцируемойфункциимногихпеременныхназамкнутомиограниченноммножестве.

Тема8.Числовыеряды.

Числовыеря-
ды.Определениечисловогоряда.КритерийКошисходимостиряда.Необходимыйпризнаксходимостичисловогоря-
да.Простейшиесвойствасходящихсячисловыхрядов:сложение,вычитаниерядов,умножениеначисло.Остатокряда,Теоремаобостаткеряда.

Знакоположительныечисловыеря-
ды.Признакисравнениячисловыхрядов.ПризнакДаламбера.ПризнакКоши.Интегральный признаксходимостиМаклорена-
Ко-
ши.РядыДирихле.Знакопеременныеряды.Абсолютнаяиусловнаясходимостьзнакопеременныхряд-
ов.Теоремаосходимостиабсолютносходящегосяряда.Структурарядов,сходящихсяабсолютноиусловно.Формулировкасвойствабсолютноиусловносходящихсярядов.

Знакочередующиесячисловыеря-
ды.ПризнакЛейбница.Оценкасуммыиостатказнакочередующегосяряда,удовлетворяюще

гопризнакуЛейбни-
ца.ПризнакиАбеляиДирихле(бездоказательства).Перестановкичленовряда.

**Те-
ма9.Функциональныепоследовательностииряды.Степеннойряд.ТеоремаАбеля**.

Функциональныепоследовательностииря-
ды.Областьсходимости.Равномернаясходимость.КритерийКоширавномернойсходимости.Основныесвойстваравномерносходящихсярядов:непрерывностьсуммыравномерносходящегосярдаизнепрерывныхфунк-
ций,почленноеинтегрированиеидифференцированиефункциональныхрядов.

Степенныеря-
ды.ТеоремаАбеля.Интервалсходимостиирадиуссходимостистепенногоряда.Основныесвойствастепенныхряд-
ов:Непрерывностьсуммы,почленноеинтегрированиеидифференцирование.

РядТейло-
ра.Условиеразложимостифункциивряд Тейлора.Разложениевряд Маклоренаосновныхэлементарныхфунк-
ций.Применениестепенныхрядовкинтегрированиюобыкновенныхдифференциальныхуравнений.

Тема10.РядФурьепоортогональнойсистемефункций.КоэффициентыФурье.

РядФурьепоортогональнойсистемефунк-
ций.КоэффициентыФурье.Ортогональностьсистемытригонометрическихфункцийнаотрезках$[-\pi;\ \pi]$и$[-l;\ l]$.ТригонометрическиерядыФурьеикоэффициентыЭйлера-Фурье.ТеоремаДирихле(бездоказательства).Разложениевряд Фурьепериодических,чётныхинечётныхфункций.НеполныерядыФурье.

4. Типыоценочныхматериалов,показателииикритерииоценивания

4.1.ОценочныематериалыподисциплинеБ1.О.02.ДЭ.02.02Математическийанализ входятвсоставоценочныхматериаловпообразовательнойпрограм-
ме.Совокупностьоценочныхматериаловповсемдисциплинам(модулям)образовательной программысоставляютфондоценочныхсредств(далее–
ФОС).ФОСиспользуетсяприпроведениитекущегоконтроляуспеваемостиипромежуточной аттестацииобучающихсясцельюоцениваниядостиженияобучающимисяпланируемыхрезультатовобучения.

4.2.ФОСразработанкаккомплекспроверочныхзаданийразличноготипаиуровнясложно-
сти,включаеткритериииишкалыоценивания,атакже«ключи»правильныхответов.ФОСформируетсякакотдельныйдокументихранитсявэлектронномви-
де,доступкФОСпредоставленограниченномукругулиц.

4.3.Длясамостоятельнойработыобучающихсяприподготовкектекущемуконтролю успеваемостиипромежуточнойаттестацииврабочихпрограммахдисци-
плинразмещенытиповыепроверочныезада-
ния,которыеможноусловноразделитьназаданиязакрытого,комбинированногоиоткрытоготипов.

Заданиязакрытоготипа—
этотестовыезада-
ния,вкоторыхкаждыйвопроссопровождаетсяготовымивариантамиответов,изкоторыхнео

бходимовыбратьодинилинесколькоправильных.

Заданиякомбинированноготипа– этотестовыезадания,вкоторыхкаждыйвопроссопровождаетсяготовымивариантамиответов,изкоторыхнеобходимовыбратьодинилинесколькоправильныхиобосноватьсвойвыбор.

Заданияоткрытоготипа— этозадания,вкоторыхнакаждыйвопросдолженбытьпредложенразвернутыйобоснованныйответ.

Взависимостиоттипазаданиярекомендованыопределеннаяпоследовательность выполненияисистемаоцениваниявыполнениязаданий.

4.4.Типызаданий,сценариивыполнения,критериоценивания

ТИПЗАДАНИЯ	ИНСТРУКЦИЯ	СЦЕНАРИИВЫПОЛНЕНИЯ	КРИТЕРИИОЦЕНИВАНИЯ
Заданиезакрытоготипасвыборомодногоправильногоответаизнесколькихвариантовпредложенных	Прочитайтетекст,выберитеправильныйответ	1.Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтокачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов. 2.Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа. 3.Выбратьодинверныйответ. 4.Записатьтолькономер(илибукву)выбранноговариантаответа(например,3илиВ).	Ответсчитаетсяверным,еслиправильноуказанацифраилибуква
Заданиезакрытоготипанаустановлениесоответствия	Прочитайтетекстиустановитесоответствие	1.Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтокачествеответаожидаютсяпарыэлементов. 2.Внимательнопрочитатьобасписка:список1–вопросы,утверждения,факты,понятияит.д.; список2–утверждения,свойстваобъектовит.д. 3.Сопоставитьэлементысписка1сэлементамисписка2,сформироватьпарыэлементов. 4.Записатьпопарнобуквыицифры(взависимостиотзадания)вариантовответа(например,А1илиБ4).	Ответсчитаетсяверным,еслиправильноуказаныцифрыилибуквы
Заданиезакрытоготипасвыборомнескольких правильныхответовизнескольких вариан-	Прочитайтетекст,выберитеправильныеответы	1.Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтокачествеответаожидаетсянесколькоправильныхответовизпредложенныхвариантов. 2.Внимательнопрочитатьпредложенныевариант-	Ответсчитаетсяверным,еслиправильноустановленывсесоответствия(позицииизодногостолбцаверносопоставленыспозициямид-

товпредложенных		тыответа. 3.Выбратьнесколькоправильныхответов. 4.Записатьтолькономера(илибуквы)выбранноговариантаответа(например,14илиАГ).	ругого)
Заданиезакрытоготипаустановлениепоследовательности	Прочитайтетекстиустановитепоследовательность	1.Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтокачествеответаожидаетсяпоследовательностьэлементов. 2.Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа. 3.Построитьверныйпоследовательностьизпредложенныхэлементов. 4.Записатьбуквы/цифры(взависимостиотзадания)вариантовответавнужнойпоследовательности(например,БВАили135).	Ответсчитаетсяверным,еслиправильноуказанавсяпоследовательностьцифр
Заданиекомбинированноготипасвыборомодногоправильногоответаизпредложенныхиобоснованиемвыбора	Прочитайтетекст,выберитеправильныйответизапишитеаргументы,обосновывающиевыборответа	1.Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтокачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов. 2.Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа. 3.Выбратьодинверныйответ. 4.Записатьтолькономер(илибукву)выбранноговариантаответа. 5.Записатьаргументы,обосновывающиевыборответа(	Ответсчитаетсяверным,еслиправильноуказанацифраилибукваиприведеныкорректныеаргументы,используемыепривыбореответа

		например,4текстобоснования).	
Заданиеоткрытоготи-пасразвернутымответом	Прочитайтетекстиза-пишитеразверну-тыйобоснованныйответ	1.Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонятьсутьвопроса. 2.Продуматьлогикуиполнотуответа. 3.Записатьответ,используячеткиекомпактныеформулировки. 4.Вслучаерасчетнойзадачи,записатьрешениеиответ	Ответсчитаетсяверным: 1.Отсутствиефактическихошибок. 2.Раскрытиеобъемаиспользуемых понятий(полнотаответа). 3.Обоснованностьответа(наличие аргументов). 4.Логическаяпоследовательность излагаемогоматериала.

4.5.ОбщаяшкалаоцениваниярезультатовтекущегоконтроляуспеваемостиипромежуточнойаттестацииобучающихсяприменениемБРС

Итоговаябалльнаяоценка	**Традиционнаясистема**	**Бинарнаясистема**	**ECTS**	
			Длятрадиционнойсистемы	**Длябинарнойсистемы**
95-100	Отлично	Зачтено	A	P/Passed
85-94			B	P/Passed
75-84	Хорошо		C	P/Passed
65-74			D	P/Passed
55-64	Удовлетворительно		E	P/Passed
0-54	Неудовлетворительно	Незачтено	F	F/Failed

Соотношениебалловзатекущийконтрольуспеваемостиипромежуточнуюаттестацию,атакжеповторнуюпромежуточнуюаттестацию:

Максимальнаясуммабалловзатекущийконтрольуспеваемости	Максимальнаясуммабалловзапромежуточнуюаттестацию	Максимальнаяитоговаябалльнаяоценка	Максимальнаясуммабалловзаповторнуюпромежуточнуюаттестацию
60баллов	40баллов	100баллов	100баллов

5. Формыаттестации,типовыеоценочныематериалыдлятекущегоконтроляуспеваемостиобучающихся, критериииишкалыоцениванияпоконтрольнымточкам

5.1.ВходереализациидисциплиныБ1.О.02.ДЭ.02.02Математическийанализиспользуютсяследующиеформытекущегоконтроляуспеваемостиобучающихся(втомчисле,заданиякконтрольнымточкам):

опрос,тестирование,практическоезадание.

5.2.Типовыеоценочныематериалыдлятекущегоконтроляуспеваемостиобучающихся(внеконтрольныхточек):

Тема1.Множестваиихотображения.Функции.ОПК-4.2

Вопросыдляустногоопроса:

1. Основныепонятиятеориимножеств.Отображениемножеств.
2. Дайтеопределениемножества.Чтотакоеэлементмножества?Какобозначаетсяпринадлежностьэлементамножеству?
3. Перечислитеосновныеоперациинадмножествами(спримерами).Запишитеихобозначениявматематическойнотации.
4. Чтотакоедекартовопроизведениемножеств?Приведитепримердлядвухконечныхмножеств*A*и*B*.
5. ОпишитеструктурумножествадействительныхчиселR.Какиеподмножествавнеговходят?

6. Дайтеопределениявернейинижнейграничисловогомножества.Вчёмотличиеотмаксимумаиминимума?

7. Чтотакоепредельнаяточкамножества?Приведитепримермножествапредельнойточкой.

8. Определитепонятиеотображения(функции)междумножествами.Какиевидыотображенийвызнаете?

9. Чтотакоеобластьопределенияимножествозначенийфункции?Приведитепримерфункциисуказаниемэтихмножеств.

10. Перечислитеэлементарныефункции.Длякаждойукажитеестественнуюобластьопределения.

11. Какможнозадатьфункцию?Опишитеспособызадания(аналитический,табличный,графический,словесный).

Тестирование:

1. Какоеизмножествявляетсядекартовымпроизведением$\{1,2\}\times\{a,b\}$?

а)$\{(1,a),(1,b),(2,a),(2,b)\}$;

б)$\{1,2,a,b\}$;

в)$\{(1,2),(a,b)\}$;

г)$\{(1,a),(2,b)\}$.

Ответ:а)

2. Какоеизследующихмножествограниченоисверху,иснизу?

а)N;

б)(0,1);

в)Z;

г)$[1,+\infty)$.

Ответ:б)

3. Какаяизфункцийнеявляетсяэлементарной?

а)$f(x)=\sin x$;

б)$f(x)=|x|$;

в)$f(x)=\{1,0,x\geq 0x<0$;

г)$f(x)=ex$.

Ответ:в)

4. Пусть$A=\{1,2,3\},B=\{x,y\}$.Сколькоразличныхотображений$f:A\to B$существует?

а)2;

б)6;

в)8;

г)9.

Ответ:в)(каждомуиз3элементовAможносопоставить2элементаB,итого23=8).

Тема2.Пределинепрерывностьфункции.ОПК-4.2

Вопросыдляустногоопроса:

1. Определениечисловойпоследовательностииеёпредела.Примерычисловыхпоследовательностей.

2. Понятиеокрестноститочки.Привестиразличныеопределенияпределафункциивточкепри$x\to$

x_0.Датьгеометрическуюиллюстрацию $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$.Понятиеограниченностифункции$f(x)$.Сформулироватьтеоремуолокальнойограниченностифункции,имеющейпредел.

3. Доказатьтеоремуоединственностипределафункцииитеоремуознакопостоянствефункции,имеющейненулевойпредел.

4. Определениеодностороннегопределафункции.Егосвязьссуществованиемпределафункцииивточке.

5. Бесконечнобольшие(б.б.)величины.Привестипримербесконечнобольшойфункции.Связьбесконечномалыхибесконечнобольшихвеличин.

6. Доказатьтеоремы(прямуюиобратную)освязимеждуфункций,еёпределомибесконечномалой.Арифметическиеоперациинадфункциями,имеющимипределвдан-нойточкеилипри$x \to \pm\infty$.

7. Теоремыопределах.Доказатьтеоремуопределечастногодвухфункций,имеющихпределы.

8. Сформулироватьпризнакисуществованияпределафункции.

9. Доказатьпервыйзамечательныйпредел.Второйзамечательныйпредел.

10. Сравнениебесконечномалыхфункций.Порядокмалости.Датьопределениебесконечномалыходногопорядкаиэквивалентныхбесконечномалых.

11. Сформулироватьидоказатьтеоремыосвойствахэквивалентныхбесконечномалыхвеличин(разность,суммаэквивалентныхб.м.ипр.).

12. Непрерывностьфункциивточке.Датьразличныеэквивалентныеопределенияиобъяснитьграфически.

13. Арифметическиеоперациинаднепрерывнымифункциями,непрерывностьсложнойфункции.Доказатьтеоремыонепрерывностисуммыипроизведениядвухфункций.

14. Точкиразрываиихклассификация,привестипримерыразрывныхфункций.Вертикальныеасимптотыграфикафункции(датьопределение).

15. Сформулироватьсвойствафункцийнепрерывныхнаотрезке(ограниченность,достижимость*max*и*min*значений,прохождениечерезпромежуточныезначения).Датьгеометрическуюиллюстрациюэтихтеорем.

Практическиезадания:

Задание1.

Найдитепредел:

$$\lim_{x\to 0}\frac{1-\cos x}{x^2}.$$

Используйтеэквивалентныебесконечномалыеилипервыйзамечательныйпредел.

Задание2.

Исследуйтефункцию

$$f(x)=\begin{cases}x^2, & x\le 1,\\ 2x-1, & x>1\end{cases}$$

нанепрерывностьвточке*x*=1.Еслиестьразрыв,определитееготип.

Задание3.

Докажите,чтофункция $f(x) = \frac{1}{x}$: является бесконечно большой при $x \to 0^+$. Используя это, найдите

$$\lim_{x \to 0^+} \left(\frac{1}{x} + \sin x \right).$$

Контрольная работа по теме: "Предел и непрерывность функции"

1. Найти область определения D и множество значений E функции: $y = \ln(x+3)$.
2. Вычислить пределы функций:

$$\text{а) } \lim_{x \to -1} \frac{(x^3 - 2x - 1) \cdot (x+1)}{x^4 + 4x^2 - 5}, \text{б) } \lim_{x \to 4} \frac{\sqrt{2x+1} - 3}{\sqrt{x-2} - \sqrt{2}},$$

$$\text{в) } \lim_{x \to \frac{\pi}{2}} \frac{tg3x}{tgx}, \text{г) } \lim_{x \to 0} \frac{\sqrt[5]{x^{10} - arctgx^{12}} + e^{3x} - e^x}{\ln(1+5x) + \sin^2 x}, \text{д) } \lim_{x \to \infty} \left(\frac{x}{2+x} \right)^x.$$

$$\lim_{x \to \infty} x \cdot \left(\sqrt{x^2 - 1} - x \right)$$

Тема 3. Производная и дифференциал функции. Основные теоремы дифференциального исчисления. ОПК-4.2

Вопросы для устного опроса:

1. Определение дифференцируемой функции на интервале. Доказать теорему о связи между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
2. Правила дифференцирования функций. Вывести формулы для дифференцирования частного двух функций. Правило дифференцирования сложной функции.
3. Вывести формулы для дифференцирования неявных и параметрически заданных функций.
4. Определение обратной функции. Вывести правило дифференцирования обратной функции. Вывести формулу для производных функций $\arcsin x$ и $arctgx$.
5. Дифференциал функции. Определение, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала. Дифференциал второго порядка.
6. Основные свойства определённого интеграла. Теорема об оценке определённого интеграла; теорема о среднем значении.
7. Дайте определение производной функции f(x) в точке x0. Каково её физический и геометрический смысл?
8. Сформулируйте условие дифференцируемости функции в точке. Как связана дифференцируемость с непрерывностью? Приведите пример непрерывной, но недифференцируемой функции.
9. Перечислите основные правила дифференцирования (сумма, произведение, частное, сложная функция). Запишите их в виде формул.

10. Чтотакоедифференциалфункции?Запишитееговыражениечерезпроизводнуюиприращениеаргумента.Вчёмсостоитсвойствоинвариантностиформыпервогодифференциала?

11. Дайтеопределениепроизводнойидифференциалаn-гопорядка.Какониобозначаются?Приведитепримервычисленияторойпроизводной.

12. Чтотакоеэластичностьфункции?Запишитеформулуэластичностииобъяснитеёэкономическийсмысл.

13. СформулируйтетеоремыРолля,ЛагранжаиКоши.Вчёмихпринципиальноеразличиеиобщаяидея?

Практическиезадания:

Задание1.

Найдитепроизводнуюфункции

$$y = \ln(\sin x) + \sqrt{x^3 + 1}.$$

Применитеправиладифференцированияиформулыпроизводныхэлементарныхфункций.

Задание2.

Функциязаданаеявноуравнением

$$x^2 y + e^{xy} = 2.$$

Найдите $\frac{dy}{dx}$ вточке(1,0).

Задание3.

Данапараметрическаязависимость:

$$\begin{cases} x = t^2 + 1, \\ y = e^t. \end{cases}$$

Вычислите $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ при $t = 0$.

Контрольнаяработапотеме:«Производнаяидифференциалфункции»

Найтипроизводную $\boldsymbol{y' = \frac{dy}{dx}}$ идифференциалследующихфункций:

а) $\boldsymbol{y = (x-1)\cdot(x^2 + x + 1)}$,б) $\boldsymbol{y = \frac{x^5 - 1}{x - 1}}$,

в) $\boldsymbol{y = \ln\left(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}\right)}$,г) $\boldsymbol{y = \frac{\ln x}{x}}$,

д) $\boldsymbol{y = \frac{(2x+1)(x-1)^5\sqrt{1+x}}{\sqrt[5]{x^2+1}}}$,е) $\boldsymbol{y = (1 + x^2)^{\sin 3x}}$.

Тема4.Исследованиесвойствфункцийипостроениеихграфиков.ОПК-4.2

Вопросыдляустногоопроса:

1. ДоказатьтеоремуРолля.Датьгеометрическуюиллюстрациюэтойтеоремы.

2. ДоказатьтеоремуЛагранжа.Датьгеометрическуюиллюстрациюэтойтеоремы.

3. ДоказатьтеоремуКоши.

4. Доказатьпервуютеорему Лопиталя(раскрытиенеопределённостейтипа $\frac{0}{0}$)

5. Датьопределениеасимптотыграфикафункции.Наклонныеасимптоты.Вывестиформулыдлявычисленияко эффициентовуравненияасимптоты.

6. Выпуклостьфункциивточке.Направлениевыпуклости.Доказатьтеоремуодостаточномусловииивыпуклостиграфикафункциивточке.

7. Выпуклостьфункциинаинтервале.Сформулироватьдостаточноеусловиевыпуклостифункцииидатьгеометрическуюиллюстрацию.

8. Определениеточекперегибаграфикафункции.Доказатьнеобходимоеусловиесуществованияточкиперегибаграфикафункции.

9. Сформулироватьдостаточноеусловиесуществованияточкиперегибаграфикафункцииизложитьпорядокотысканиятакихточек.

Практическиезадания:

1.Найтиобластьопределенияфункции.

2.Проверить,являетсялифункциячетнойилинечетной.

3.Проверить,являетсялиданнаяфункцияпериодической.

4.Найтинулифункции,т.е.решитьуравнение***f*(*x*)=0**.

5.Определить,естьлиасимптотыуграфикарассматриваемойфункции(вертикальные,горизонтальныеилинаклонные).

6.Вычислитьпервуюпроизводную,найтистационарныеточки,промежуткимонотонностиисследоватьточки,вкоторыхпроизводнаянесуществует.

7.Вычислитьвторуюпроизводную,исследоватьфункциюнавыпуклость,найтиточкиперегиба.

8.Дляпервойфункции:намиллиметровойбумагепостроитьграфикисследованнойфункции,выбравмасштабдлиныотрезковосейдекартовойсистемыкоординатизсображенийадекватногопостроенияграфика.Проверитьспомощьюкомпьютерныхпрограммпостроенныйграфик.

Длявторойфункции:построитьееграфикспомощьюкомпьютерныхсредств,распечататьполученныйграфиквместесуправляющейстрокой,необходимойдляегопостроения.Рассмотретьфункции:

$$y = 2x\cos 2x, \qquad y = x + 2 - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$$

Тема5.Неопределённыйинтегралиопределённыйинтеграл.ОПК-4.2

Вопросыдляустногоопроса:

1. Первообразнаяфункцияиеёсвойства.

2. Неопределённыйинтеграл,егосвойства,связьсдифференциалом.Теоремаопервообразных.

3. Теоремасуществованияне определённогоинтеграла.Таблицаосновныхнеопределённыхинтегралов.

4. Основныеспособыинтегрирования:методподстановкиизаменыпеременной,интегрированиепочастям.

5. Интегрированиевыражений,содержащихквадратныйтрёхчлен.

6. Дробно-рациональныефункции.Разложениеправильнойдробинасуммупростейших(бездоказательства).Интегрированиепростейшихдробейидробно-рациональныхфункций.

7. Интегрированиефункций,рациональнозависимыхоттригонометрическихфункций,универсальнаятригонометрическаяподстановка.

8. Интегрированиенекоторыхиррациональныхфункций.Примерыинтегралов,невыражающихсячерезэлементарныефункции.

9. Задачи,приводящиекпонятиюопределённогоинтеграла.Определённыйинтегралотнепрерывнойфункции,какпределинтегральнойфункциисуммы;геометрическаяинтерпретацияопределённогоинтеграла.Теоремаобинтегрируемостикусочно-непрерывныхфункций(бездоказательства).

10. Основныесвойстваопределённогоинтеграла.Теоремаобоценкеопределённогоинтеграла;теоремаосреднемзначении.

11. Определённыйинтегралспеременнымверхнимпределомиегопроизводная.Связьмеждуопределённыминеопределённыминтегралом.ФормулаНьютона-Лейбница.

12. Методывычисленияопределённогоинтеграла.Вычислениеопределённыхинтеграловзаменойпеременнойипочастям.

13. Несобственныеинтегралыпобесконечномупромежутку(1-города).

14. Несобственныеинтегралыотнеограниченныхфункцийнаотрезке(2-города).Сходимостьирасходимостьнесобственныхинтегралов.

15. Геометрическиеприложенияопределённогоинтеграла:вычислениеплощадейплоскихфигур,ограниченныхкривыми,заданнымивдекартовыхкоординатах.Вычислениеплощадикриволинейногосекторавполярныхкоординатах.Вычислениедлиныдугикривой.Вычислениеобъёмателапоплощадямпараллельныхсечений.Вычислениеобъёмаиплощадиповерхностителавращения.Вычислениекоординатцентрамасс.

Практическиезадания:

1. Проверьте,чтофункция $y = Ce^{-2x}$ являетсяинтегралом(решением)данногодифференциальногоуравнения:

$$y' + 2y = 0.$$

2.Проверьте,чтоданнаяфункция $y = C_1 x + C_2 x^2$ являетсяинтегралом(решением)данногодифференциальногоуравнения:

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0.$$

3.Найдитеобщийинтегралдифференциальногоуравнения:

$$xy' - p_1 y = p_2 y^2.$$

4.Найдитечастныйинтегралдифференциальногоуравнения,удовлетворяющийуказанномуначальномуусловию:

$$(p_1 + p_2 x)y' = p_3 y \text{ при } y(0)=1.$$

5.Найдитечастныйинтегралдифференциальногоуравнения,удовлетворяющийуказанному начальномуусловию:

$$y\,dx + \operatorname{ctg} x\,dy = 0; \quad y\left(\frac{\pi}{3}\right) = -1.$$

6.Найдитеобщийинтеграллинейногодифференциальногоуравнения первогопорядка:

$y' - y\operatorname{ctg} x = \sin x$.

Тема6.ПространствоR^n.Функциинесколькихпеременных(далее-ФНП).Производнаяпонаправлению.Градиент.ОПК-4.2

Вопросыдляустногоопроса:

1. Максимумиминимумфункциидвухпеременных,необходимоеидостаточноеусловиелокальногоэкстремумафункциидвухпеременных.
2. Понятиефункциимногихпеременных(примеры).Геометрическоеизображениефункциидвухпеременных(двумернаяпроекция, методлинийуровня).
3. Понятиеокрестноститочкив**n**-мерномпространстве.Открытые,замкнутыеиограниченныемножествав $\boldsymbol{R^{(n)}}$.Границамножества.Понятиеобластив $\boldsymbol{R^{(n)}}$,точкиобластииихопределение.
4. ПонятиепределаФМПинепрерывностифункциидвухпеременных,нахождениепределов.
5. Частныеприращения,частныепроизводныеФМП,геометрическаяинтерпретациядля $\boldsymbol{n = 2}$.
6. Частныедифференциалыфункциимногихпеременных(напримерефункциидвухпеременных).
7. Полноеприращение,полныйдифференциалФМП.Геометрическийсмыслдифференциалафункциидвухпеременных.
8. Частныепроизводныевысшихпорядков.Теоремаонезависимостисмешанныхчастныхпроизводныхотпорядкадифференцирования(бездоказательства).
9. ДифференцируемостьФМП.Необходимоеидостаточноеусловиедифференцируемостифункциидвухпеременных.
10. Производнаясложнойфункции.Частнаяиполнаяпроизводные.
11. Инвариантностьформыпервогодифференциала.Дифференциалывысшихпорядков.
12. Неявныефункции.Теоремаосуществованииидифференцируемостинеявнойфункции(бездоказательства).
13. ПроизводнаяФМПпонаправлению.Градиентиегосвойства.

Практическиезадания:

Вкаждомвариантеданасистемадвухуравненийсдвумянеизвестными,например:

$$\begin{cases} tg(xy+0{,}4) = x^2 \\ 0{,}6x^2 + 2y^2 = 1,\ x, y > 0 \end{cases}$$

1.Представьтекаждоеизданныхвсистемеуравненийввиде$f(x,y)=0$

2.Дляфункции$z=f(x,y)$найдитечастныепроизводныедо2-гопорядкавключительно,атакжесмешаннуюпроизводную2-гопорядка.

3.Исследуйтефункциюнаэкстремум.

4.ИспользуяExcel,найдитерешениесистемынелинейныхуравненийиздвухданныхфункций.Дляэтого:

4.1.Перепишитеданнуюсистемууравненийв Excel,используя«*вставка–уравнение*»

4.2.Преобразуйтесистемууравненийквиду:

$$\begin{cases} y = q(x) \\ y = r(x) \end{cases}$$

изапишитесистемувExcel.

4.3.Найдитеграфическивсекорниуравнения,спомощью«*вставка–диаграммы–точечная–точечнаясгладкимикривыми*»

Принеобходимостиизменитемасштабкоординатныхосей,удалителишниеданные.Графикдолженбытьнаглядным.

4.4.Найдитерешениесистемыуравненийспомощью«*Данные–Поискрешения*»**.**

Тема7.Производныевысшихпорядков.УсловныйэкстремумФНП,егогеометрическаяинтерпретация.ОПК-4.2

Вопросыдляустногоопроса:

1. Понятиеусловногоэкстремумафункциинесколькихпеременных,егогеометрическаяинтерпретациядляфункциидвухпеременных.
2. Дайтеопределениечастнойпроизводнойвторогопорядкафункции$z=f(x,y)$.Сколькотакихпроизводныхсуществуетдляфункциидвухпеременных?Запишитеихобозначения.
3. Каквычисляютсядифференциалывысшихпорядковфункциимногихпеременных?Запишитевыражениедляd^2zдляфункции$z=f(x,y)$.
4. ЧтотакоематрицаГессе?Каконастроитсядляфункции$f(x_1,x_2,\ldots,x_n)$?
5. КакстроитсяфункцияЛагранжадлязадачинаусловныйэкстремумсоднимограничением-равенством?Каковсмыслмножителя Лагранжа?
6. Сформулируйтенеобходимоеусловиесуществованияусловногоэкстремумадляфункциидвухпеременныхсоднимограничением.Каквыглядитсистемауравненийдлянахожденияк критическихточек?
7. Опишитеалгоритмнахождениянаибольшегоинаименьшегозначенийдифференцируемойфункцииназамкнутомограниченноммножествев R^n.Какиеточкинужнопроверять?

Практическиезадания:

Задание1.

Данафункция$z=x^3+y^3-3xy$.

Найдитевсечастныепроизводныевторогопорядка.

СоставьтематрицуГессевточке(1,1).
Вычислитегессианисделайтевыводохарактерекритическойточки(еслионаесть).

Задание2.
Найдитеусловныйэкстремумфункцииz=x+уприограничениих^2+y2=2.
ПостройтефункциюЛагранжа.
Запишитесистемууравненийизнеобходимыхусловийэкстремума.
Решитесистемуиопределитетипэкстремума(максимум/минимум).

Задание3.
Рассмотримфункциюu=x^2+2y^2+3z^{2}намножестве,заданномусловиемx+y+z=1.
СоставьтефункциюЛагранжаинайдитекритическиеточки.
Проверьтедостаточныеусловияусловногоэкстремума.
Найдитенаибольшееинаименьшеезначениянаданномножестве.

Тема8.Числовыеряды.ОПК-4.2

Вопросыдляустногоопроса:

1. Чтоназываетсячисловымрядом?
2. Дайтеопределениесходимостичислового ряда.Чтотакоесуммаряда?
3. СформулируйтекритерийКошисходимостиряда.Почемуонсчитаетсяуниверсальным,норедкоприменяетсянапрактике?
4. Каковнеобходимыйпризнаксходимостиряда?Почемуоннеявляетсядостаточным?Приведитепримеррасходящегосяряда,длякоторогонеобходимыйпризнаквыполняется.
5. Перечислитепростейшиесвойствасходящихсярядов(линейность,сложение,вычитание,умножениеначисло).
6. Чтотакоеостатокряда?Сформулируйтетеоремуобостаткерядаиобъяснитееёсмысл.
7. Какиерядыназываютсязнакоположительными?Почемуихисследованиепроще,чемисследованиезнакопеременныхрядов?
8. Опишитесутьпризнаковсравнениядлязнакоположительныхрядов.Вчёмразницамеждупрямымипредельнымпризнакамисравнения?
9. СформулируйтепризнакДаламбераипризнакКоши.Вкакихслучаяхпредпочтительнееиспользоватькаждыйизних?

Практическиезадания:

Задание1.
ИспользуяинтегральныйпризнакКоши–Маклорена,исследуйтенасходимостьряд

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$$

Выпишитесоответствующийнесобственныйинтеграл,вычислитеегоисделайтевыводосходимостиряда.

Задание2.
Длязнакочередующегосяряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2}$$

проверьтевыполнениепризнакаЛейбница;
оценитеостатокрядапосле10-гочлена;
найдитеприближённуюсуммурядасточностьюдо0,01,взявпервыенесколькочленов.

Тема9.Функциональныепоследовательностииряды.Степеннойряд.ТеоремаАбеля.ОПК-4.2

Вопросыдляустногоопроса:

1. Чтотакоефункциональнаяпоследовательность?Приведитепримериобъясните,чемонаотличаетсяотчисловойпоследовательности.
2. Дайтеопределениефункциональногоряда.Чтопонимаетсяподобластьюсходимостифункциональногоряда?
3. Вчёмсутьпонятияравномернойсходимостифункциональногоряда?Почемуонаважнеепоточечнойсходимости?
4. СформулируйтекритерийКоширавномернойсходимости.Вчёмегопринципиальноеотличиеоткритерияпоточечнойсходимости?
5. Перечислитеосновныесвойстваравномерносходящихсяфункциональныхрядов(непрерывностьсуммы,почленноеинтегрированиеидифференцирование).Почемуэтисвойстваневсегдавыполняютсядлянеравномерносходящихсярядов?
6. Чтотакоестепенной ряд?Запишитеегообщийвидипояснитесмыслкоэффициентовипеременной.
7. СформулируйтетеоремуАбеляосходимостистепенныхрядов.Каконапомогаетопределитьобластьсходимости?
8. Чтотакоерадиуссходимостииинтервалсходимостистепенногоряда?Каконисвязанымеждусобой?
9. Каковыосновныесвойствастепенныхрядов(непрерывностьсуммы,почленноеинтегрированиеидифференцирование)?Почемуонистольважныдляприложений?

Практическиезадания:

Задание1.
Разложитефункциюf(x)=ln(1+x)врядМаклорена.
Выпишитепервые4ненулевыхчленаряда.
Укажитеинтервалсходимостиполученногоряда.
Оценитепогрешностьприближенияln(1,1)спомощьюпервыхтрёхчленовряда.

Тема10.РядФурьепоортогональнойсистемефункций.КоэффициентыФурье.ОПК-4.2

Вопросыдляустногоопроса:

1. Чтотакоеортогональнаясистемафункций?Приведитепримертакойсистемынаотрезке$[-\pi;\pi]$.
2. ДайтеопределениескалярногопроизведенияфункцийвпространствеL^2.Каконосвязаносортогональностью?
3. ЧтоназываетсярядомФурьефункциипозаданнойортогональнойсистеме?Вчёмегосмысл?

4. Каквычисляютсякоэффициен-
тыФурье?Запишитеобщуюформулуипояснитеёкомпоненты.

5. Почемусистематригонометрическихфунк-
ций{1,cosnx,sinnx}ортогональнана[$-\pi;\pi$]?Какоезначениеимеетэтосвойстводляразложенияв
рядФурье?

6. ЧтопредставляютсобойкоэффициентыЭйлера–
Фурье?Чемониотличаютсяотобщихкоэффициентов Фурье?

7. Сформулируй-
те(бездоказательства)сутьтеоремыДирихлеосходимостирядаФурье.Какиеусловияонанакла
дываетнафункцию?

8. Какупрощаетсяразложениевряд Фурьедлячётнойфункции?Приведитепример.

9. Каквыглядитряд Фурьедлянечётнойфунк-
ции?Почемувнёмотсутствуютнекоторыеслагаемые?

10. Чтотакоенепол-
ныйряд Фурье?Вкакихслучаяхонприменяетсяичемотличаетсяотполногоразложения?

Практическиезадания:

Задание1.

Данафункция$f(x)=x$наотрезке[$-\pi;\pi$].

- Определите,являетсялионачётной,нечётнойилинитойнидругой.
- Выпишитеобщийвидряда Фурьедляэтойфункции.
- Найдитепервыетриненулевыхкоэффициента Фурье(a_0,a_1,b_1).
- Запишитечастичноеразложениерядаснайденнымикоэффициентами.

Задание2.

Рассмотримчётнуюфункцию$f(x)=|x|$на[$-\pi;\pi$].

- Обоснуйте,почемувеёрядеФурьебудутотсутствоватьсинусы.
- Вычислитекоэффициентa_0ипервыедвакоэффициентаa_n.
- Запишитеприближённыйвидряда,используятрипервыхненулевыхчлена.

Задание3.

1. Дананечётнаяфункция$f(x)=x^3$на[$-\pi;\pi$].
- Объясните,почемувразложениибудуттолькосинусы.
- Найдитекоэффициентb_1.
- Оцените,какизменитсявидряда,еслирассмотретьфункциюнаотрезке[$-2\pi;2\pi$].

Критерииоцениванияустныхответовврамкахтекущегоконтроля

Критерии	Баллы
Ответданполно- стью,ответверный,ответдансиспользованиемдействующихнормативныхп равовыхак- тов,обучающийсяточноиспользуетэкономическуютерминологию,ответиз ложенпоследователь- но,ответразвёрнутый,аргументированный,сформированыумениякваліфи цированнотолковатьисходныеэкономическиеданныеиполученныерезуль- татыидаватьаргументированныезаключения	1
Ответданполно- стью,ответверный,ответдансиспользованиемдействующихнормативныхп равовыхак- тов,обучающийсяточноиспользуетэкономическуютерминологию,ноответ	0,75

содержитошибкиврасче- тах,ответодносложный,сформированыуменияквалифицированнотолкова тьисходныеэкономическиеданныеиполученныерезультатыидаватьаргу- ментированныезаключения.	
Ответданполно- стью,ответверный,ответдансиспользованиемдействующихнормативныхп равовыхак- тов,обучающийсяточноиспользуетэкономическуютерминологию,ноответ содержитошибкиврасче- тах,ответодносложный,недостаточносформированыуменияквалифициро ванноТолковатьисходныеэкономическиеданныеиполученныерезульта- тыидаватьаргументированныезаключения.	0,5
Ответданнеполностьюлибоответчастичновер- ный,ответдансиспользованиемдействующихнормативныхправовыхактов, нообучающийсянесовсемверноиспользуетэкономическуютерминоло- гию,ответсодержитошибкиврасчетах,ответодносложный,обучающийсяис пытываеттрудностисвыводамиидачейаргументированногозаключения.	0,25
Ответневерныйлибоответотсутству- ет,либодансиспользованиемнедействующихнормативныхправовыхактов, обучающийсянеумеетиспользоватьэкономическуютерминоло- гию,делатьнеобходимыерасчетыидаватьзаключения.	0

Критериоцениваниярешениязадачикейс-заданийврамкахтекущегоконтроля

Критерии	**Баллы**
Ответданверныйипол- ный,обоснованиеответаразвернутое.Продемонстрированохорошеезнаниебазово йтерминологии,умениеоперироватьтеоретическимипонятиями.	1
Ответданверныйипол- ный,обоснованиеответасоссылкойнанормызакона.Присутствуетлогикаизложен ия,однакоимеютсянебольшиенеточностиипогрешностиврасчетахобоснованиис воихвыводов	0,5
Ответданневерный,допущеныошибкиврасчетах,выводынесделаны	0

5.3. Одинилинесколькотематическихблоковдисциплинызавершаютсяконтроль-нойточкой(далее–КТ).Текущийконтрольуспеваемостиподисциплинепредусматриваетнеменее2(двух)инеболее10(десяти)КТвтечениепериодаосвоениядисциплины.

МаксимальноеколичествобалловзалюбойтипработврамкахКТсоставляет100(сто)баллов.

РаспределениевесовыхкоэффициентовпоКТврамкахтекущегоконтроля-успеваемостиподисциплинеиформулырасчета:

Наименование- контроль- нойточки	Максимальноеколичество- балловзаработуврам- ка- хКТ,котороеможетнабрать обучающийся	Коэффи- циентвеса- контроль- нойточки	Результатконтрольнойточ- ки,участвующийвформированииитогов ойбалльнойоценкиподисци- плине(отражаетсявжурналеБРСвСДО)

КТ1	100	0,3	30
КТ2	100	0,3	30
Итого:	x	0,6	60

Формуларасчетарезультатаконтрольнойточки:

Результатконтрольнойточки=КоличествобалловзаработуврамкахКТХКоэффициентвесаконтрольнойточки.

5.4.ФормытекущегоконтроляуспеваемостиобучающихсяврамкахКТитиповыеоценочныематериалы:

КТ-1

Тема1-5.

Контрольныезадания:

1. Даны множества: $A=\{x\in R|-2\le x<3\}$, $B=\{x\in R|1<x\le 5\}$. Найдите $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$. Изобразите на числовой прямой.

2. Задайте аналитически и графически функцию $f:R\to R$, где $f(x)=x^2-4x+3$. Укажите:
   - область определения;
   - множество значений;
   - нули функции.

3. Вычислите:

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2};\quad \lim_{x\to\infty}\frac{3x^2+2x-1}{x^2+5}$$

4. Исследуйте на непрерывность функцию:

$$f(x)=\begin{cases}x^2, & x\le 1,\\ 2x-1, & x>1.\end{cases}$$

5. Найдите производную функции:
$y=\ln(x^2+1)+e^{3x}\cdot\sin x$.

6. Исследуйте функцию $y=x^3-3x^2+2$:
   - найдите критические точки;
   - определите интервалы возрастания/убывания;
   - постройте эскиз графика.

7. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями $y=x^2$ и $y=2-x^2$. Сделайте чертёж.

8. Вычислите интегралы:

$$\int\frac{2x+1}{x^2+4}\,dx;\quad \int x\cdot e^x\,dx$$

КТ-2

Тема6-10.

Контрольныезадания:

1. Для функции $u=x^2+y^2+z^2$ вычислите производную в точке $M(1,1,1)$ по направлению вектора $a=(2,-1,1)$.

2. Дана функция $z=x^3+y^3-3xy$.
- Найдите все частные производные второго порядка.
- Составьте матрицу Гессе в точке (1,1).
- Вычислите гессиан и сделайте вывод о характере критической точки.

3. Найдите условный экстремум функции $z=x+y$ при ограничении $x^2+y2=2$.
- Постройте функцию Лагранжа.
- Решите систему уравнений из необходимых условий.
- Определите тип экстремума.

4. Используя интегральный признак Коши–Маклорена, исследуйте ряд

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\ln n)^2}.$$

Выпишите соответствующий несобственный интеграл и сделайте вывод.

5. Дана функциональная последовательность $f_n(x) = \frac{x}{1+nx^2}$ на [0,1].
- Найдите предельную функцию $f(x)$.
- Проверьте, сходится ли последовательность к $f(x)$ равномерно. Обоснуйте ответ.

6. Рассмотрим степенной ряд $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$.
- Определите интервал сходимости, используя теорему Абеля.
- Вычислите радиус сходимости.
- Докажите, что сумма ряда непрерывна на $\mathbb{R}$.

7. Разложите функцию $f(x)=x$ на $[-\pi,\pi]$ в ряд Фурье.
- Выпишите общий вид ряда.
- Найдите коэффициенты a_0, a_1, b_1.
- Запишите частичное разложение с тремя членами.

8. Дана чётная функция $f(x)=|x|$ на $[-\pi,\pi]$.
- Обоснуйте отсутствие синусов в разложении.
- Вычислите a_0 и a_1.
- Запишите приближённый вид ряда с двумя ненулевыми членами.

Критериоцениванияконтрольныхзаданий:

Диапазонбаллов	Описаниекритерия
85-100	Обучающимсязаданиевыполненобезошибокивполномобъеме.

65-84	Обучающимсявцеломзаданиевыполнено,имеютсяотдельныенеточностиилинедостат
55-64	Обучающимсядопущеныотдельныеошибкипривыполнениизадания
0-54	Уобучающегосяотсутствуютответынабольшинствовопросовзадачи,заданиеневыпол

5.5.Описаниедополнительныхматериаловиоборудования,необходимыхдлявыполнения проверочныхзаданий(*принеобходимости*).

Длярешенияконтрольныхзаданийобучающемусяразрешаетсяиспользованиекалькулятора.

6. Формыпромежуточнойаттестации,критериишкалаоценивания,типовыеоценочныематериалыподисциплине

6.1.Промежуточнаяаттестация(Зачет)проводитсявписьменнойформе.Обучающийся получаетбилетсвариантамизадач.Обучающийсяполучаетчистыемаркированныелистыбумагидлязаписейрешениязадач,затемприступаеткрешению.Необходимодатьответвписьменномвиде,подробноизложивходрешения,принеобходимостизавершитьрешениевыводами.

6.2.Типовыеоценочныематериалыпромежуточнойаттестации

Типовыепроверочныезаданиядлясамоподготовкиобучающегосякпромежуточнойаттестации:

Тема1.Множестваиихотображения.Функции.ОПК-4.2

1.Заданияоткрытоготипа.
1.1.Вопросыоткрытоготипа.

№ п. п.	Вопрос
1.	Докажите,чтомножестворациональныхчиселQсчётно,амножестводействительныхчиселR—несчётно.Вчёмпринципиальноеразличиеэтихмножествсточкизрениямощности?
2.	ПустьAиB—непустыеподмножестваR,ограниченныесверху.Докажите,что$\sup(A+B)=\sup A+\sup B$,где$A+B=\{a+b \mid a\in A, b\in B\}$.
3.	Опишитесвойствабиективногоотображения.ПриведитепримербиекциимеждумножествомнатуральныхчиселNимножествомцелыхчиселZ.Обоснуйте,чтоэтобиекция.
4.	Пустьf:R→R—функция,заданнаякак$f(x)=x^2$.Определитеёобластьопределения,множествозначений,атакжеисследуйтенаинъективностьисюръективность.Какизменитсяответ,еслиограничитьобластьопределениядо$[0,+\infty)$?

2.Заданиякомбинированноготипа:
2.1.Тестовыезаданиясобоснованиемвыбора.

№ п. п.	Содержаниезадания	Правильныйответ	Аргументы,обосновывающиевыборответа
1.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Какоеизследующихутвержденийвернодлялюбогонепустогоограниченногосверхумножества$X\subset R$? а)Xимеетмаксимум; б)sup$X\in X$; в)sup$X$существуетиединственен; г)Xсодержитбесконечномногоэлементов.	в	Потеоремеосуществованииверхнейграни,любоенепустоеограниченноесверхумножестводействительныхчиселимеетединственнуюверхнюю-югрань(sup).Максимумможетотсутствовать(например,$X=(0,1)$),sup$X$можетнепринадлежатьX,амножествоможетбыть конечным.
2.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Пусть$f:A\to B$— отображение.Какоеусловиегарантирует,чтоfявляетсясюръекцией? а)Длялюбого$a_1,a_2\in A$,если$a_1\neq a_2$,то$f(a_1)\neq f(a_2)$; б)Длялюбого$b\in B$существует$a\in A$такое,что$f(a)=b$; в)Длялюбого$a\in A$существует$b\in B$такое,что$f(a)=b$; г)fвзаимнооднозначно.	б	Сюръективностьозначает,чтокаждыйэлементизB«покрыт»хотябыоднимэлементомизA.Варианта)описываетинъективность,в)— простоопределениефункции,г)—биективность.

3.Заданиязакрытоготипа.

3.1.Тестовыезадания.

Тест1.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтовкачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьодинверныйответ.

Записатьтолькобуквувыбранноговариантаответа.

1. Множество,несодержащеениодногоэлемента,называется…

А)пустым

Б)конечным

В)нулевым

2. ЧисловсехподмножествмножестваK={7,9,11,13,15,17,19}равно:

А)182

Б)128

В)88

3. МощностьмножестваB={0,1,2,3,5,9,27,38}равна:

А)4

Б)8

В)18

4. ДекартовопроизведениемножествA={0,-3}иB={-1,2}–

А)AB={(0,-1),(-3,2)}

Б)AB={0,-1}

В)AB={(0,-1),(-3,-1),(0,2),(-3,2)}

5. Пересечениемножествпрямоугольниковиромбов–этомножество:

А)паралле-лограммов

Б)треугольников

В)квадратов

6. Правильнаязаписьпредложения«X–множествоцелыхчисел,больших-5»–это

А)X={xєZ|x>-5}

Б)X={Z|x>-5}

В)X={xєQ|x>-5}

Тема2.Пределинепрерывностьфункции.ОПК-4.2

1.Заданияоткрытоготипа.

1.1.Вопросыоткрытоготипа.

№ п.п.	Вопрос
1.	Чтотакоепределфункциивточке?
2.	Датьопределениеигеометрическуюиллюстрациюпределафункциипристрем-лениираргументакбесконечно-сти(к—∞илик+∞).Горизонтальныеасимптотыграфикафункции.

3.	Датьопределениебесконечномалой(б.м.)величины.Доказатьтеоремыосуммеконечногочислабесконечномалыхвеличиниопроизведениибесконечномалойнаограниченную.
4.	Сформулироватьосновныесвойствабесконечномалыхвеличин.Доказать,чтоалгебраическаясуммаконечногочислабесконечномалыхвеличинестьбесконечномалаявеличина.

1.2.Контрольныезаданиясключамиправильныхответов:

Задание1.
Вычислитепределlim$_{x\to 2}(x^2+1)$

Ответ:5

2.Заданиякомбинированноготипа:
2.1.Тестовыезаданиясобоснованиемвыбора.

№ п. п.	Содержаниезадания	Правильныйответ	Аргументы,обосновывающиевыборответа
1.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Можнолинайтипределфункции,подставивзначениеаргументавфункцию? А)Да Б)Нет	А	Да.Частосамыйпростойспособнайтипредел—подставитьзначение,ккоторомустремитсяаргумент,вфункцию.Ноэтотметодработаеттолькоеслифункциявэтойточкенепрерывна
2.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Являетсялиэлементарнаяфункциянепрерывнойнасвоейобластиопределения? А)Да Б)Нет	А	Да.Да,любаяэлементарнаяфункциянепрерывнавкаждойточкесвоейобластиопределения

3.Заданиязакрытоготипа.
3.1.Тестовыезадания.

Тест1.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтовкачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.
Выбратьодинверныйответ.
Записатьтолькобуквувыбранноговариантаответа.

1. Чему равен $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{3x^2+2x+1}{x^2-4}$?

а)0;
б)3;
в)∞;
г)несуществует.

2. Какая из функций имеет устранимый разрыв в точке $x=0$?

а) $f(x)=\frac{\sin x}{x}$**;**
б) $f(x)=\frac{1}{x}$;
в) $f(x)=\operatorname{sgn}(x)$;
г) $f(x)=\sqrt{x}$.

3. Если $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ — эквивалентные бесконечно малые при $x\to 0$, то $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\alpha(x)}{\beta(x)}=\ldots$

а)0;
б)∞;
в)1;
г)несуществует.

4. Какое свойство **не** является следствием непрерывности $f(x)$ на отрезке $[a,b]$?

а) $f(x)$ ограничена на $[a,b]$;
б) $f(x)$ достигает своего максимума и минимума на $[a,b]$;
в) $f(x)$ дифференцируема на (a,b);
г) $f(x)$ принимает любое значение между $f(a)$ и $f(b)$.

Тема 3. Производная и дифференциал функции. Основные теоремы дифференциального исчисления. ОПК-4.2

1. Задания открытого типа.
1.1. Вопросы открытого типа.

№п.п.	Вопрос
1.	Как находится производная неявно заданной функции?
2.	Дать определение производной функции в точке. Касательная к кривой. Геометрический и механический смысл производной.
3.	Докажите теорему Ролля. Приведите пример её применения для функции $f(x)=x^2-4x+3$ на отрезке $[1,3]$.
4.	Сформулируйте и докажите теорему Лагранжа о среднем значении. Как с её помощью оценить приращение функции Δf на отрезке? Приведите пример.

1.2. Контрольные задания с ключами правильных ответов:

Задание1.

1.Найдитепроизводнуюфункции:

$y = 12x - x^2 + x^4$

Ответ:

$y = 12 - 2x + 4x^3$

Задание2.

Найдитепроизводнуюфункции:

$y = \sin x \cdot e^x$

Ответ:

$y' = (\sin x)' \cdot e^x + \sin x \cdot (e^x)' = \cos x \cdot e^x + \sin x \cdot e^x$

Задание3.

Найдите $\frac{d^2y}{dx^2}$ функции $y = \ln(\cos x)$

Решениеиответ:

$$y' = \frac{dy}{dx} = \frac{1}{\cos x} \cdot (\cos x)' = \frac{-\sin x}{\cos x} = -tgx$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = y'' = (-tgx)' = -\frac{1}{\cos^2 x}.$$

2.Заданиякомбинированноготипа:

2.1.Тестовыезаданиясобоснованиемвыбора.

№ п. п.	Содержаниезадания	Правильныйответ	Аргументы,обосновывающиевыборответа
1.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Какаяизфункцийнедифференцируемавточкеx=0? а)$f(x)=x^2$; б)$f(x)=\|x\|$; в)$f(x)=\sqrt[3]{x}$; г)$f(x)=\sin x$.	б	Функция$f(x)=\|x\|$непрерывнавx=0,ноеёпроизводнаяслеваравна−1,аправа+1,поэтомупроизводнойвточке0несуществует.Остальныефункциидифференцируемыв0:$f'(0)=0$дляа)ив),$f'(0)=1$дляг).
2.	Выберитеправильныйответиобоснуйтее-	Биг	ПравилоЛопиталяприменяетсякпределамвида $\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$.

	го: Длякакихпре-деловпримени-моправилоЛо-питаля а) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2+1}{x+1}$; б) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}$; в) $\lim\limits_{x\to 1}(x^2-1)$; г) $\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln x$.		Вб)имеем $\frac{0}{0}$,вг)—0·(−∞),чтоможнопреобразоватьквиду $\frac{-\infty}{\infty}$ (записавкак $\frac{\ln x}{1/x}$.).Ва)пределсуществуетиравен∞,ноэтоненеопределённостьви да $\frac{\infty}{\infty}$ встрогомсмыс-ле(можноупроститьделением).Вв)пределравен0инеявляетсян еопределённостью.

3.Заданиязакрытоготипа.
3.1.Тестовыезадания.

Тест1.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипо-нять,чтовкачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьодинверныйответ.

Записатьтолькобуквувыбранноговариантаответа.

1. Средиприведенныхфункцийукажитете,производнаякоторыхравна8x.

А)$y=(2x-4)^3$

Б)$y=8x+5$

В)$y=4x^2+10$

2.Чемуравнапроизводнаяфункции$y=e^{2x}$вточкеx=0?
а)0;
б)1;
в)2;
г)e^2.

3.Еслиу=x^3,тодифференциалвторогопорядкаd^2уравен:
а)$6x(dx)^2$;
б)$3x^2dx$;
в)$6(dx)^2$;
г)6xdx.

4.Какаятеоремагарантируетсуществованиеточкис∈(a,b),такойчто $f'(c)=\frac{f(b)-f(a)}{b-a}$?
а)теоремаРолля;
б)теоремаЛагранжа;
в)теоремаКоши;
г)теоремаФерма.

Тема4.Исследованиесвойствфункцийипостроениеихграфиков.ОПК-4.2

1.Заданияоткрытоготипа.

1.1.Вопросыоткрытоготипа.

№ п.п.	Вопрос
1.	Датьопределениевозрастающейиубывающейфункции.Доказатьдостаточныйпризнаквозрастанияфункции.Геометрическаяинтерпретациямонотонностифункции.
2.	Датьопределениелокальногомаксимума(минимума)функции.Доказатьнеобходимыйпризнаксуществованияэкстремумадифференцируемойфункции(теоремаФерма).
3.	Сформулироватьидоказатьтеоремуодостаточномусловииэкстремумафункциипоеёпервойпроизводной.
4.	Доказатьдостаточноеусловиеэкстремумадваждыдифференцируемыхфункций.Порядокисследованияфункциинаэкстремумвданномслучае.

2.Заданиякомбинированноготипа:

2.1.Тестовыезаданиясобоснованиемвыбора.

№ п.п.	Содержание-задания	Правильныйответ	Аргументы,обосновывающиевыборответа
1.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Какаяизфункцийимеетточкуперегибаприx=0? а)$f(x)=x^2$; б)$f(x)=x^3$; в)$f(x)=\|x\|$; г)$f(x)=ex$.	б	Для$f(x)=x^3$втораяпроизводная$f''(x)=6x$меняетзнакприпереходечерезx=0($f''(x)<0$приx<0и$f''(x)>0$приx>0),значит,x=0—точкаперегиба.У$f(x)=x^2$втораяпроизводнаяпостоянна($f''(x)=2>0$),выпуклостьвниз,перегибанет.Функция$f(x)=\|x\|$недифференцируемав0,а$f(x)=e^x$всюдувыпуклавниз($f''(x)=e^x>0$).
2.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Дляфункции $f(x)=\frac{1}{x-1}$ верноутверждение: а)естьвертикальнаяасимптотаx=1;	а	Приx→1функциястремитсяк±∞,значит,x=1—вертикальнаяасимптота.Горизонтальнойасимптотынет,таккак $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{1}{x-1}=0$,т.е.y=0—горизонтальнаяасимптота(анеy=1).Наклоннойасимптотынет,посколькустепеньчислителяменьшестепенизнаменателя.

	б)естьгоризонтальнаяасимптотау=1; в)естьнаклоннаяасимптотау=*x*; г)нетасимптот.		

3.Заданиязакрытоготипа.

3.1.Тестовыезадания.

Тест1.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтовкачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьодинверныйответ.

Записатьтолькобуквувыбранноговариантаответа.

1. Функция–это…

А)двенезависимыхдруготдругапеременных

Б)взаимозависимостьдвухпеременных,когдазначениеобеихпеременныхзависитдруг отдруга

В)зависимостьоднойпеременнойотдругой,когдакаждомузначениюзависимойпеременной(у)соответствуетодноединственноезначениенезависимойпеременной(х)

Г)зависимостьоднойпеременнойотдругой,когдакаждомузначениюнезависимой переменной(х)соответствуетодноединственноезначениезависимойпеременной(у)

2.Найтиобластьопределенияфункции–значит,указать…

А)значениефункцииприх=0

Б)всезначения,которыеможетприниматьу;

В)всезначения,которыеможетприниматьх;

Г)всезначенияхприу=0.

3.Графическилинейнаяфункцияпредставляетсяввиде…

А)ломаной

Б)прямой

В)параболы

Г)гиперболы

4.Данафункцияу=-x^2-4х+5.Вычислитезначенияэтойфункцииприх=-2их=-6.Запишитесуммуполучившихсязначений.

А)2

Б)2,5

В)0,5
Г)1,8

Тема5.Неопределённыйинтегралиопределённыйинтеграл.ОПК-4.2

1.Заданияоткрытоготипа.
1.1.Вопросыоткрытоготипа.

№ п.п.	Вопрос
1.	Опишитеметодзаменыпеременнойвнеопределённоминтеграле.Приведитепример
2.	Дайтеопределениеопределённогоинтегралапо Риману. Чтотакоеинтегральнаясумма?
3.	СформулируйтеформулуНьютона-Лейбница. Какиеусловиядолжнывыполнятьсядляеёприменения?
4.	Перечислитегеометрическиеприложенияопределённогоинтеграла(площадь,длинадуги,объёмтелавращенияидр.).Запишитесоответствующиеформулы вобщемвиде.

2.Заданиякомбинированноготипа:
2.1.Тестовыезаданиясобоснованиемвыбора.

№ п.п.	Содержаниезадания	Правильныйответ	Аргументы,обосновывающиевыборответа
1.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Какойметоднаиболееэффективендлявычисленияинтеграла $\int xe^{x^2}\,dx$? а)интегрированиепочастям; б)заменапеременной$t=x^2$; в)разложениенапростыедроби; г)тригонометрическаяподстановка.	б	Замена$t=x^2$,$dt=2xdx$приводитинтегралквиду $\frac{1}{2}\int e^t\,dt=\frac{1}{2}e^t+C=\frac{1}{2}e^{x^2}+C$ Методпочастям(а)усложнитвыражение,авариантыв)иг)неприменимы.
2.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Чемуравенинтеграл $\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{dx}{1+x^2}$? а)$\pi$; б)$2\pi$; в)0; г)несуществует.	а	Интегралсходитсяиравен $\operatorname{arctg}x\Big\vert_{-\infty}^{+\infty}=\frac{\pi}{2}-\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\pi.$ Этостандартныйнесобственныйинтеграл,сходящийсяблагодарябыстромуубыванию $\frac{1}{1+x^2}$ набесконечности.

3.Заданиязакрытоготипа.
3.1.Тестовыезадания.

Тест1.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтовкачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьодинверныйответ.

Записатьтолькобуквувыбранноговариантаответа.

1.Чтотакоенеопределенныйинтеграл?

А)Площадьподкривойназаданноминтервале

Б)Совокупностьпервообразныхфункции

В)Решениеуравненияx^2=4x

Г)Производнаяотфункции

2.Какназываетсяпостоянная,добавляемаяпринахождениинеопределенногоинтеграла?

А)Константадифференцирования

Б)Неизвестнаяпеременная

В)Константаинтегрирования

Г)Подынтегральнаяконстанта

3.Чтоявляетсягеометрическимсмысломопределенногоинтеграла?

А)Объемтелавращения

Б)Площадькриволинейнойтрапеции

В)Длинадугикривой

Г)Скоростьизмененияфункции

4.Определенныйинтеграл—это…

А)Семействофункций

Б)Функция

В)Число

Г)Вектор

Тема6.ПространствоR^n.Функциинесколькихпеременных(далее-ФНП).Производнаяпонаправлению.Градиент.ОПК-4.2

1.Заданияоткрытоготипа.
1.1.Вопросыоткрытоготипа.

№п.п.	Вопрос

1.	Дайтеопределенияоткрыто-го,замкнутого,компактногоисвязногомножествав $\mathbf{R^n}$.Приведитепоодномупримерудля каждоготипа.
2.	Чтотакоеграницамножествав $\mathbf{R^n}$?Приведитепримермножестваиегограницыв R^2.
3.	Сформулируйтеопределениепределафункцииимногихпеременныхвточ-ке.Вчёмотличиеотпределафункцииоднойпеременной?
4.	Сформулируйтенеобходимоеидостаточноеусловиядифференцируемости-функцииимногихпеременныхвточке.Вчёмразницамеждуними?

1.2.Контрольныезаданиясключамиправильныхответов:

Задание1.
Значениефункцииидвухпеременныхz=3x-2y+16вточкеA(1,2)равно…
Решитеидайтеответ
Ответ:15

Задание2.
Пределфункцииидвухпеременныхz=x^2+2y^2+6при $x \to 0, y \to 1$равен…
Решитеидайтеответ
Ответ:8

Задание3.
Пределфункцииидвухпеременныхz=x^2-y^2+5при $x \to 2, y \to 2$равен
Решитеидайтеответ
Ответ:5

2.Заданиякомбинированноготипа:
2.1.Тестовыезаданиясобоснованиемвыбора.

№ п. п.	Содержаниезадания	Правильныйответ	Аргументы,обосновывающиевыборответа
1.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Чемуравенградиентфункции f(x,y,z)=xyzвточке(1,1,1)? а)(1,1,1); б)(yz,xz,xy); в)(0,0,0).	A	Вточке(1,1,1):∇f=(1·1,1·1,1·1)=(1,1,1)
2.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Какаяизследующихфункцийнеявляетсянепрерывнойвточке(0,0)? а)$f(x,y)=\frac{x^2y}{x^2+y^2}$	B	Дляфункции)пределпри$(x,y)\to(0,0)$зависитотпути:вдольy=x получаем $\lim_{x\to 0}\frac{x^2}{2x^2}=\frac{1}{2},$ авдольx=0— 0.Значит,пределанет,ифункцияразрывнав(0,0).Ва

	при$(x,y)\neq 0,0)$,$f(0,0)=0$; б)$f(x,y)=x^2+y^2$; в)$f(x,y)=\frac{xy}{x^2+y^2}$ при$(x,y)\neq 0,0)$,$f(0,0)=0$; г)$f(x,y)=e^{-(x^2+y^2)}$.		)пределра-вен0(можнооценить$\lvert f\rvert\leq\lvert y\rvert$),вб)иг)функциинепрерывнывсюду.

3.Заданиязакрытоготипа.

3.1.Тестовыезадания.

Тест1.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтовкачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьодинверныйответ.

Записатьтолькобуквувыбранноговариантаответа.

1. Частнаяпроизводная $\frac{\partial z(x,y)}{\partial y}$ функциидвухпеременных $z=y^3-3x+6$ равна

А) y^3-3x;
Б)6
В) $3y^2-3$;
Г) $3y^2-3x$;
Д) $3y^2$;

2.Градиентфункции $z=x^3-2y^2$ вточкеМ(1,2)равен…
А)gradz=(3,-8)
Б)gradz=(-8,3)
В)gradz=(-3,8)
Г)gradz=(3,3)
Д)gradz=(-8,-8)

3.Графикомфункции2-хпеременныхявляется…

А)линия

Б)поверхность

Тест2.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтовкачествеответаожидаетсянесколькоправильныхответовизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьнесколькоправильныхответов.

Записатьтолькобуквывыбранноговариантаответа.

1.Непрерывнымифункциямидвухпеременныхвобласти $x^2 + y^2 \le 1$ являются

А) $z = \frac{3}{x^2 + y^2}$;

Б) $z = \cos x + \sin y$;

В) $z = y - 3x^3 + 2$;

Г) $z = e^{\frac{1}{xy}}$;

Тема7.Производныевысшихпорядков.УсловныйэкстремумФНП,егогеометрическаяинтерпретация.ОПК-4.2

1.Заданияоткрытоготипа.

1.1.Вопросыоткрытоготипа.

№ п. п.	Вопрос
1.	Укажитенеобходимоеусловиесуществованияэкстремумафункциинесколькихпеременных
2.	Чтотакоесмешанныечастныепроизводные?Сформулируйтетеоремуонезависимостисмешанныхпроизводныхотпорядкадифференцирования.
3.	Чтоназываетсягессианомфункции?Каконсвязансматрицей Гессе?
4.	Сформулируйтедостаточныеусловияэкстремумафункциидвухпеременных-черезгессиан(бездоказательства).Какинтерпретироватьзнакисобственныхзначенийматрицы Гессе?

1.2.Контрольныезаданиясключамиправильныхответов:

Задание1.
Минимумфункциидвухпеременных$z=128xy^2(1-x-y)$равен
Решитеидайтеответ
Ответ:2

Задание2.
Максимумфункциидвухпеременных$z=x^{3-}+y^3-15x$уравен
Решитеидайтеответ
Ответ:-125

2.Заданиякомбинированноготипа:

2.1.Тестовыезаданиясобоснованиемвыбора.

№ п. п.	Содержаниезадания	Правильный ответ	Аргументы,обосновывающиевыборответа
1.	Выберитеправильный ответиобоснуйтеего: Чтогеометрическиозначаетусловиеколлинеарностиградиентов∇fи∇gвзадаченаусловныйэкстремум? а)Линииуровняfigкасаютсядругдругавточкеэкстремума. б)Графикифункцийfig пересекаютсяподпрямымуглом. в)Функцияfдостигаетабсолютногомаксимума. г)Ограничениеgневлияетнаэкстремумf.	а	Коллинеарностьградиентовозначает,чтовекторынормалейклиниямуровняf=cиg=0направленыодинаково(илипротивоположно).Этовозможнотолькоеслилинииуровнякасаютсядругдруга—именнотакаяситуациясоответствуетусловномуэкстремуму.Остальныевариантылибонесвязанысусловиемэкстремума,либопротиворечатегосмыслу.
2.	Выберитеправильный ответиобоснуйтеего: Вкакомслучаесмешанныепроизводныевторогопорядка $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$ и $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}$ гарантированноравны? а)Еслифункцияz(x,y)определенавовсейплоскости. б)Еслисмешанныепроизводныенепрерывныврассматриваемойобласти. в)Еслифункцияимеетчастныепроизводныепервогопорядка. г)Еслифункциядифференцируемавточке.	б	Равенствосмешанныхпроизводных—этоутверждениетеоремы(частоназываемойтеоремойШварца).Ключевоетребование—непрерывностьсамихсмешанныхпроизводныхвокрестноститочки.Остальныевариантынедостаточны:функцияможетбытьдифференцируемойилиимеетьчастныепроизводные,нобезусловиянепрерывностисмешанныепроизводныемогутнесовпадать.

3.Заданиязакрытоготипа.
3.1.Тестовыезадания.

Тест1.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтовкачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьодинверныйответ.

Записатьтолькобуквувыбранноговариантаответа.

1.Частнаяпроизводнаявторогопорядка $\frac{\partial z^2(x,y)}{\partial x^2}$ функциидвухпеременных $z = 6x^2 - 5xy$ равна

А)6
Б)12
В)12–5ху
Г)12-5у

2.Частнаяпроизводнаявторогопорядка $\frac{\partial z^2(x,y)}{\partial y^2}$ функциидвухпеременных $z = 2xy - 5y^2$ равна

А) $2xy$;
Б)2;
В)-10г)

3.Счемсвязаноотысканиеусловногоэкстремума ФНП?

А)уравнениемсвязи
Б)дискриминантомотличнымотнуля
В)функциейЛагранжа

Тест2.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтовкачествеответаожидаетсянесколькоправильныхответовизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьнесколькоправильныхответов.

Записатьтолькобуквывыбранноговариантаответа.

1.Функциядвухпеременных $z=2x^2+2y^2$ вточке(0,0)имеет…

А)экстремум
Б)максимум
В)минимум
Г)разрыввторогорода

Тема8.Числовыеряды.ОПК-4.2

1.Заданияоткрытоготипа.

1.1.Вопросыоткрытоготипа.

№ п. п.	Вопрос
1.	СравнитепризнакиДаламбераиКоши.Длякакихтиповрядовкаждыйизнихнаиболееэффективен?Приведитепоодномупримеруряда,гдепризнакДаламберадаётответ,апризнакКоши—нет(инаоборот)
2.	ВыведитеинтегральныйпризнаксходимостиКоши–Маклорена.Укажитеусловияприменимостиипояснитегеометрическуюинтерпретациюпризнака.
3.	Объясните,почемуабсолютносходящийсярядможнопереставлятьчленамибезизмененияуммы,аусловносходящийся—нельзя
4.	Чтотакоеабсолютнаяиусловнаясходимостьзнакопеременногоряда?Приведитепримерырядовдлякаждогослучая.

2.Заданиякомбинированноготипа:

2.1.Тестовыезаданиясобоснованиемвыбора.

№ п. п.	Содержаниезадания	Правильныйответ	Аргументы,обосновывающиевыборответа
1.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Исследоватьряднасходимость $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt[3]{n^4}}$. А)сходится Б)расходится	а	Обобщённыйгармоническийряд−рядсходится
2.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Чтоозначает,чторядсходитсяусловно? а)рядсходится,ирядизмодулейтожесходится; б)рядрасходится,норядизмодулейсходится; в)рядсходится,норядизмодулейрасходится; г)рядирядизмод	в	Условнаясходимостьозначает,чтосамрядсходится,норядизабсолютныхвеличинрасходится.Этоключевоеотличиеотабсолютнойсходимости(когдаобарядасходятся).

	улейобарасхо-дятся.		

3.Заданиязакрытоготипа.

3.1.Тестовыезадания.

Тест1.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипо-нять,чтовкачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьодинверныйответ.

Записатьтолькобуквувыбранноговариантаответа.

1. Заданчисловойряд0+0+0+…,ион

А)сходитсяиегосуммаравна0;

Б)сходитсяиегосуммаравна∞;

В)расходитсяиегосуммаравна0;

г)расходитсяиегосуммаравна∞

2. Заданчисловойряд1+1+1+…,ион

А)сходитсяиегосуммаравна0;

Б)сходитсяиегосуммаравна∞;

В)расходитсяиегосуммаравна0;

г)расходитсяиегосуммаравна∞.

3. Заданыдваряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$,причём$a_n{}^3 b_n$длявсехnИзвестно,чторяд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ расходится.Чтоможносказатьоряде $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$?

А)ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится;

Б)ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится;

В)ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ можетисходиться,ирасходиться,тоестьданныйпризнакнеприменим

Тест2.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипо-нять,чтовкачествеответаожидаетсянесколькоправильныхответовизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьнесколькоправильныхответов.

Записатьтолькобуквывыбранноговариантаответа.

1.Укажитеверныеутверждения

А)еслиряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится,тоегообщийчленстремитсякнулю,тоесть $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$;

Б)еслиряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится,тоегообщийчленстремитсякнулю,тоесть $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$;

В)еслиобщийчленрядастремитсякнулю,тоесть $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$,торяд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится;

Г)еслиобщийчленряданестремитсякнулю,тоесть $\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$ (илинесуществует),торяд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ расходится;

2.Заданчисловойряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$.Укажитеверныеутверждения

А)еслиа>1,торядсходится;

Б)если0<a£1,торядсходится;

В)еслиа>1,торядрасходится;

Г)если0<a£1,торядрасходится.

Тема9.Функциональныепоследовательностииряды.Степеннойряд.ТеоремаАбеля.ОПК-4.2

1.Заданияоткрытоготипа.

1.1.Вопросыоткрытоготипа.

№ п. п.	Вопрос
1.	ЧтопредставляетсобойрядТейлора?ВчёмотличиеряднаТейлораотряднаМаклорена?Приведитепримерыфункций,разложимыхврядмаклорена.
2.	Объясните,почемуравномернаясходимостьфункциональногорядагарантируетнепрерывностьегосуммы,еслисвечленыряданепрерывны.Приведитепримернеравномерносходящегосяряда,суммакоторогоразрывна.
3.	Докажите,чтовнутриинтервалсходимостистепеннойрядможнопочленноинтегрироватьидифференцировать.Вчёмгеометрическийианалитическийсмыслэтихоперацийдляряда?
4.	Опишитеалгоритмразложенияфункциивряд Тейлора.Какиеусловиядолжнывыполняться,чтобыфункциябыларазложимавряд Тейлоравокрестноститочки x_0?Приведитепримерфункции,неразложимойвряд Тейлораниводнойокрестноститочки x_0=0.

1.2.Контрольныезаданиясключамиправильныхответов:

Задание1.

Найдитерадиус Rсходимостистепенногоряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n} = x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \ldots + \frac{x^n}{n} + \ldots$.

Ответ:R=1

2.Заданиякомбинированноготипа:

2.1.Тестовыезаданиясобоснованиемвыбора.

№ п. п.	Содержаниезадания	Правильный ответ	Аргументы,обосновывающиевыборответа
1.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: чёмключевоепреимуществоравномерной сходимостифункционального рядапосравнениюспоточечной? а)Равномернаясходимостьвсегдавлечётпоточечную,ноненаоборот. б)Приравномернойсходимостиможногарантироватьнепрерывностьсуммы,дажеесличеныряда разрывны. в)Равномернаясходимостьпозволяетпочленноинтегрироватьидифференцироватьряд,сохраняясходимость. г)Равномернаясходимостьнетребуетпроверкиобластисходимости.	в	Равномернаясходимость—болеесильноеусловие,чемпоточечная.Именноонагарантирует,чтооперациипочленногоинтегрированияидифференцированияненарушатсходимостьрядаидадуткорректныйрезультат.Варианта)верен,ноне отражаетпрактическогопреимущества;б)неверен(членырядадолжныбытьнепрерывны);г)ложен—областьсходимостипроверятьвсёравнонужно.
2.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Чтоутверждаеттеорема Абеляостепенныхрядах? а)Любойстепеннойрядсходитсянавсейчисловойпрямой. б)Еслистепеннойрядсходитсявточке x_0 ,тоонсходитсяабсолютноповсехточ-	б	ТеоремаАбеляустанавливаетсвязьмеждусходимостьюводнойточкеиабсолютнойсходимостьювнутринекоторогоинтервала.Этопозволяетопределитьрадиусиинтервалсходимости,исходяизповеденияряда вотдельныхточках.Остальныевариантыпротиворечатизвестнымсвойствам степенныхрядов.

	какx,таких что$\|x\|<\|x_0\|$. в)Радиуссходимости степенногорядавсегдаравен1. г)Степеннойряднельзядифференцироватьпочленно.		

3.Заданиязакрытоготипа.

3.1.Тестовыезадания.

Тест1.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтовкачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьодинверныйответ.

Записатьтолькобуквувыбранноговариантаответа.

1.Чтотакоефункциональныйряд?

А)Ряд,состоящийизпостоянныхчисел

Б)Ряд,членыкоторогоявляютсянепрерывнымифункциямиотаргумента

В)Бесконечнаяпоследовательностьчисел.

Г)Ряд,содержащийтолькочетныечисла.

2.Чтоназываетсяобластьюсходимостифункциональногоряда?

А)Множествозначенийx,прикоторыхрядрасходится.

Б)Множествозначенийx,прикоторыхрядрасходитсядобесконечности.

В)Множествозначенийx,прикоторыхрядсходится.

Г)Множествовсехдействительныхчисел

3.Какойпризнакиспользуетсядляопределениясходимостифункциональныхрядов?

А)ПризнакДаламбера,признакКоши,интегральныйпризнак.

Б)Признаксравнения,признакЛейбница.

В)ПризнакДаламбера,признакКоши,интегральныйпризнак,признаксравнения,признакЛейбница.

Г)ТолькопризнакДаламбера.

4.Найдитеобластьсходимостиряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{x^n}{n}$$

А)$[-1,1)$

Б)$(-1,1]$

В)$[-1,1]$

Г)(−∞,∞)

5.Еслистепеннойрядсходитсяпри$x=x_0$($x_0\neq0$),тоонсходитсяабсолютноприлюбыхзначениях,длякоторыхвыполняетсянеравенство $|x|<|x_0|$.

Еслистепеннойрядрасходитсяпри $x=\overline{x}$, тоонрасходитсяприлюбыхзначенияхx,длякоторыхвыполняетсянеравенство $|x|>|\overline{x}|$.

Укажите,какаятеоремасформулирована?

А)ТеоремаКоши

Б)ТеоремаВейерштрасса

В)ТеоремаФурье

Г)ТеоремаАбеля

6.Интервалсходимостинекоторогостепенногорядаимеетвид(–5;5).Причем,прих=–5соответствующийчисловойрядсходится,априх=5–расходится.Тогдаобластьсходимостиимеетвид…

А)(–5;5);

Б)[–5;5);

В)[–5;5];

Г)(–5;5].

Тема10.РядФурьепоортогональнойсистемефункций.КоэффициентыФурье.ОПК-4.2

1.Заданияоткрытоготипа.

1.1.Вопросыоткрытоготипа.

№ п. п.	Вопрос
1.	Докажитеортогональностьсистемы{1,cosnx,sinnx}наотрезке[−π;π],используяопределениескалярногопроизведения.Покажите,чтоскалярныепроизведенияразличныхфункцийизсистемыравнынулю.
2.	Выведитеформулудлякоэффициентовa_nиb_nтригонометрическогоряда,опираясьнасвойствоортогональности.Объяснитесмыслкаждогошагавывода.
3.	Объясните,почемудлячётныхинечётныхфункцийрядФурьеупрощается.Выпишитеобщиеформыразложениядлякаждогослучаяиприведитепоодномупримеруфункциисоответствующимразложением.
4.	Опишитеалгоритмразложенияпроизвольнойфункцииf(x)врядФурьенаотрезке[−l;l].Какизменяютсяформулыкоэффициентовпосравнениюсотрезком[−π;π]?Приведитепримерыдляl=πиl=2.

2.Заданиякомбинированноготипа:

2.1.Тестовыезаданиясобоснованиемвыбора.

№ п. п	Содержаниезадания	Правильный	Аргументы,обосновывающиевыборответа

.		от-вет	
1.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Почемусистематригонометрическихфункцийудобнадляразложенияврядфурье? а)Потомучтоонаортогональнаналюбомотрезке. б)Потомучтолюбаяфункцияможетбытьпредставленакаксуммасинусовикосинусов. в)Потомучтоеёортогональностьна[−π;π]позволяетпростовычислятькоэффициентыразложения. г)Потомучтовсефункциисистемынепрерывныидифференцируемы.	в	Ключевоепреимуществосистемы{1,cosnx,sinnx}—еёортогональностьнаотрезке[−π;π].ЭтосвойстводаётвозможностьлегконаходитькоэффициентыФурьечерезскалярноепроизведение,таккакинтегралыотпроизведенийразныхфункцийобращаютсявноль.Варианта)неверен(ортогональностьзависитототрезка),б)—слишкомкатегоричен(невсефункциираскладываются),г)—верно,нонеобъясняетудобстворазложения.
2.	Выберитеправильныйответиобоснуйтеего: Вкакомслучаерядфурьефункцииf(x)будетсодержатьтолькокосинусы? а)Еслифункцияпериодическая. б)Еслифункциячётная. в)Еслифункциянечётная. г)Еслифункцияразрывна.	б	Длячётнойфункцииf(−x)=f(x)всекоэффициентыb_n,отвечающиезасинусы,обращаютсявноль,таккакинтегралотпроизведениячётнойинечётнойфункцийнасимметричномотрезкеравенулю.Поэтомувразложенииостаютсятолькокосинусыисвободныйчлена$_0$.Вариантв)соответствуетрядутолькоизсинусов,аа)иг)неопределяютструктуруряда.

3.Заданиязакрытоготипа.

3.1.Тестовыезадания.

Тест1.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтовкачествеответаожидаетсятолькоодинизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьодинверныйответ.

Записатьтолькобуквувыбранноговариантаответа.

1.ЧтопредставляетсобойрядФурье?

А)Разложениефункциивсуммустепеней

Б)Разложениепериодическойфункциивсуммусинусовикосинусов

В)Интегральноепреобразованиефункции

Г)Разложениевекторапобазису

2.Какойвидимеютслагаемыеврядефурье?

А)$a0$

Б)$an\cos(nx)$

В)$bn\sin(nx)$

Г)всеперечисленное

3.Какоеусловиенеобходимодлясходимоститригонометрическогорядафурьеисамойфункции?

А)Функциядолжнабытьнепрерывной.

Б)Функциядолжнабытьдифференцируемой.

В)Функциядолжнабытькусочно-гладкой.

Г)Функциядолжнабытьпериодической.

4.Вкакихобластяхприменяетсярядфурье?

А)Акустика

Б)Астрономия

В)Радиотехника

Г)Всеперечисленное

5.Вматематическомвидерядфурьезаписываюткак…

А)бесконечнуюсумму

Б)суммуинтегралов

В)суммулогарифмов

6.Точностьрезультатовбудетвыше,еслирядфурьесодержит…

А)меньшечленовразложениявряд

Б)большеразложениячленоввряд

В)меньшеибольшеразложениячленоввряд

Г)разложениечленовбудетнеизменным

Тест2.

Внимательнопрочитатьтекстзаданияипонять,чтовкачествеответаожидаетсянесколькоправильныхответовизпредложенныхвариантов.

Внимательнопрочитатьпредложенныевариантыответа.

Выбратьнесколькоправильныхответов.

Записатьтолькобуквывыбранноговариантаответа.

1. Какойэторяд? $f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$

А)Степенной
Б)Числовой
В)РядЛейбницкоготипа
Г)Функциональныйряд
Д)РядФурье

6.3.КритериииШкалаоцениванияНаОсновеБРС.

КРИТЕРИИОЦЕНИВАНИЯ	РЕЗУЛЬТАТВБАЛЛАХ
Данполный,влогическойпоследовательностиразвернутыйответнапоставленныйвопрос,гдеонпродемонстрировалзнанияпредметавполномобъемеучебнойпрограммы,достаточноглубокоосмысливаетдисциплину,самостоятельно,иисчерпывающеотвечаетнадополнительныевопросы,приводитсобственныепримерыпопроблематикепоставленноговопроса,решилпредложенныепрактическиезаданиябезошибок	40
Данразвернутыйответнапоставленныйвопрос,гдеобучающийсядемонстрируетзнания,приобретенныеналекционныхисеминарскихзанятиях,атакжеполученныепосредствомизученияобязательныхучебныхматериаловпокурсу,даетаргументированныеответы,приводитпримеры,ответепринсутствуетсвободноевладениемонологическойречью,логичностьипоследовательностьответа.Однакодопускаетсяточностьответе.Решилпредложенныепрактическиезаданияснебольшиминеточностями.	30-39
Данответ,свидетельствующийвосновномознаниипроцессовизучаемойдисциплины,отличающийсянедостаточнойглубинойиполнотойраскрытиятемы,знаниемосновныхвопросовтеории,слабосформированнымиумениямианализаявле-	20-29

ний,процессов,недостаточнымумениемдаватьаргументированныеответыиприводитьпримеры,недостаточносвободнымвладениеммонологическойречью,логичностьюипоследовательностьюответа.Допускаетсянесколькоошибоквсодержанииответаирешенииправтическихзаданий.	
Данответ,которыйсодержитрядсерьезныхнеточностей,обнаруживающийнезнаниепроцессовизучаемойпредметнойобласти,отличающийсянеглубокимраскрытиемтемы,незнаниемосновныхвопросовтеории,несформированныминавыкамианализаявлений,процессов,неумениемдаватьаргументированныеответы,слабымвладениеммонологическойречью,отсутствиемлогичностиипоследовательности.Выводыповерхностны.Решениепрактическихзаданийневыполнено,т.е.обучающийсянеспособенответитьнавопросыдажепридополнительныхнаводящихвопросахпреподавателя.	0-19

6.4.Длярешенияконтрольныхзаданийобучающемусяразрешаетсяиспользованиекалькулятора.

7. Методическиематериалыпоосвоениюдисциплины(модуля)

Подготовкаклекциям.

Главноевпериодподготовкиклекционнымзанятиям–научитьсяметодамсамостоятельногоумственноготруда,сознательноразвиватьсвоитворческиеспособностиовладеватьнавыкамитворческойработы.Дляэтогонеобходимострогособлюдатьдисциплинуучебыиповедения.Четкоепланированиесвоегорабочеговремениотдыхаявляетсянеобходимымусловиемдляуспешнойсамостоятельнойработы.Восновуегонужноположитьрабочиепрограммыизучаемыхвсеместредисциплин.Каждомуобучающемусяследуетсоставлятьеженедельныйисеместровыйпланыработы,атакжепланнакаждыйрабочийдень.Свечеравсегданадораспределятьработуназавтрашнийдень.Вконцекаждогодняцелесообразноподводитьитогработы:тщательнопроверить,вселивыполненопонамеченномуплану,небылоликакихлибоотступлений,аеслибыли,покакойпричинеэтопроизошло.Нужноосуществлятьсамоконтроль,которыйявляетсянеобходимымусловиемуспешнойучебы.Есличчтоосталосьневыполненным,необходимоизыскатьвремядлязавершенияэтойчастиработы,неуменьшаяобъеманедельногоплана.

Самостоятельнаяработаналекции.

Слушаниеизаписьлекций–сложныйвидвузовскойаудиторнойработы.Всвязи,счемпредполагаетсяследующаяпоследовательностьвподготовкеобучающихсяклекции:

-ознакомлениесматериаломпредыдущейлекции;

-

знакомствостематикойпредстоящейлекции(потематическомуплану,представленномувнастоящейрабочейпрограммедисциплины);

- прочтениеианализучебныхпособий,учебников,научныхстатейпотемепредстоящеголекционногозанятия;

- подготовитьвопросы,которыевыпредполагаетезадатьлекторупопроблемепредстоящейлекции.

Внимательноеслушаниеиконспектированиелекцийпредполагаетинтенсивнуюумственнуюдеятельностьобучающегося.Краткиезаписилекций,ихконспектированиепомогаетусвоитьучебныйматериал.Конспектявляетсяполезнымтогда,когдазаписаносамоесущественное,основноеисделаноэтосамимобучающимся.Ненадостремитьсязаписатьдословновсюлекцию.Такое«конспектирование»приноситбольшевреда,чемпользы.Записьлекцийрекомендуетсявестиповозможностисобственнымиформулировками.Желательнозаписьосуществлятьнаоднойстранице,аследующуюоставлятьдляпроработкиучебногоматериаласамостоятельновдомашнихусловиях.Конспектлекциилучшеподразделятьнапункты,параграфы,соблюдаякрасную строку.Этомувбольшойстепенибудутспособствоватьпунктыпланалекции,предложенныепреподавателям.Принципиальныеместа,определения,формулыидругоеследуетсопровождатьзамечаниями«важно»,«особоважно»,«хорошозапомнить»ит.п.Можноделатьэтоиспомощьюразноцветныхмаркеровилиручек.Лучшееслионибудутсобственными,чтобынеприходилосьпроситьихуоднокурсниковитемсамымнеотвлекатьихвовремялекции.Целесообразноразработатьсобственную«маркографию»(значки,символы),сокращения слов.Нелишнимбудетиизучениеосновстенографии.Работаянадконспектомлекций,всегданеобходимоиспользоватьнетолькоучебник,ноитулитературу,которуюдополнительнорекомендоваллектор.Именнотакаясерьезная,кропотливаяработаслекционнымматериаломпозволитглубокоовладетьзнаниями.

Подготовкакпрактическимзанятиям.

Цельпрактическихзанятийзаключаетсявознакомленииобучающихсясправиламиведениябухгалтерскогоучетакоммерческихорганизаций.Подготовкакпрактическимзанятиямпредполагаетпроработкуответовнавопросы,предложенныевкаждойтемекаждогоразделанастоящейрабочейпрограммыдисциплины,атакжевыработкунавыковработыснаучнойэкономическойлитературойибиблиографией,справочниками,справочно-правовымибазами.

Подготовкукаждомупрактическомузанятиюкаждыйобучающийсядолженначатьсознакомленияспланомпрактическогозанятия,которыйотражаетсодержаниепредложеннойтемы.Тщательноепродумываниеиизучениевопросовпланаосновываетсянапроработкетекущегоматериалалекции,азатемизученияобязательнойидополнительнойлитературы,рекомендованнуюкданнойтеме.Наосновеиндивидуальныхпредпочтенийобучающемусянеобходимосамостоятельновыбратьтемудокладапопроблемепрактическогозанятияиповозможностиподготовитьпонемупрезентацию.Еслипрограммойдисциплиныпредусмотреновыполнениепрактическогозадания,тоегонеобходимовыполнитьсучетомпредложеннойинструкции(устноили10письменно).Всеновыепонятияпоизучаемойтеменеобходимовыучитьнаизустьивнестивглосса-

рий,которыйцелесообразновестиссамогоначалаизучениякурса.Результаттакойработыдолженпроявитьсявспособностиобучающегосясвободноответитьнатеоретические вопросыпрактическогозанятия,еговыступлениииучастиивколлективномобсуждениивопросовизучаемойтемы,правильномвыполнениипрактическихзаданийиконтрольныхработ.

Работаслитературнымиисточниками.

Впроцессеподготовкикпрактическимзанятиям,обучающимсянеобходимообратитьособоевниманиенасамостоятельноеизучениерекомендованнойучебно-методической(атакженаучнойипопулярной)литературы.Самостоятельнаяработасучебниками,учебными пособиями,научной,справочнойипопулярнойлитературой,материаламипериодическихизданийиИнтернета,статистическимиданнымиявляетсянаиболееэффективнымметодомполученияязнаний,позволяетзначительноактивизироватьпроцессовладенияинформацией,способствуетболееглубокомуусвоениюизучаемогоматериала,формируетуобучающихся своеотношениекконкретнойпроблеме.Болееглубокомураскрытиювопросовспособствуетзнакомствосдополнительнойлитературой,рекомендованнойпреподавателем,чтопозволяетобучающимсяпроявитьсвоюиндивидуальностьврамкахвыступленияназанятиях,выявитьширокийспектрмненийпоизучаемойпроблеме.

Подготовкакпромежуточнойаттестации.

Приподготовкекпромежуточнойаттестациицелесообразно:

- внимательноизучитьпереченьвопросовиопределить,вкакихисточникахнаходятсясведения,необходимыедляответананих;
- внимательнопрочитатьрекомендованнуюлитературу;
- составитькраткиеконспектыответов(планыответов).

8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

8.1.Основная литература

1. Карачик В.В. Математический анализ. Практические задания для самостоятельной работы: учебное пособие для вузов / В. В. Карачик, Д.А. Комиссарова. - Санкт-Петербург. Лань, 2025. - 300 с. :- ил. - Текст: непосредственный.

2. Горлач Б.А. Математический анализ: учебное пособие для вузов / Б.А. Горлач Б.А. - 2-е изд., стер.- Санкт-Петербург: Лань, 2024. - 604 с.: ил. - Текст: непосредственный.

3. Демидович**, Б.**П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б.П.Демидович**.** —24-е изд.,стер.—Санкт-Петербург:Лань, 2022.—624с.—ISBN978-5-8114-9078-3.—Текст:электронный//Лань:электронно-библиотечная система.—URL:https://e.lanbook.com/book/184105

8.2.Дополнительнаялитература

1.Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа: учебник для вузов: в 2частях /Г.М.Фихтенгольц.—14-еизд.,стер.—Санкт-Петербург:Лань,[б.г.].—Часть1:Основы математического анализа—2022.—444с.—ISBN978-5-8114-9104-9.—Текст:электронный//Лань:электронно-библиотечнаясистема.—URL:https://e.lanbook.com/book/184192

2.Фихтенгольц, Г.М. Основы математическо гоанализа: учебник для вузов /Г.М.Фихтенгольц. —13-еизд., стер.—Санкт-Петербург: Лань, 2022—Часть2:Основыматематическогоанализа—2022.—464с.—ISBN978-5-8114-9256-5.—Текст: электронный// Лань: электронно-библиотечная система.—URL:https://e.lanbook.com/book/189424

8.3.Нормативныеправовыедокументыиинаяправоваяинформация

1. Положениеоборганизациисамостоятельнойработыстудентовфедерально-гогосударственногобюджетногообразовательногоучреждениявысшегооб-разова-ния«РоссийскаяакадемиянародногохозяйстваигосударственнойслужбыприПрезидентеРоссийскойФедерации»(вред.приказаРАНХиГСот11.05.2016г.№01-2211).—URL:http://www.ranepa.ru/images/docs/prikazy-ranhigs/Pologenie_o_samostoyatelnoi_rabote.pdf.Режимсвободногодоступа.

8.4.Интернет-ресурсы

1. Математический портал.−URL:http://mathportal.net/

8.5 Интернет-ресурсы:

1.Задачи и упражнения по математическому анализу для втузов: учебноепособие /Г.С.Бараненков,Б.П.Демидович,В.А.Ефименко[идр.];подред.Б.П.Демидовича.-Москва:Астрель:АСТ,2010.-495,[1]с.-ISBN978-5-17-002965-5.

2.Пискунов,Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: в2т.: учебное по-собие: гриф МО.Т.1,2/Н.С.Пискунов.-Изд.стер.-Москва:Интеграл-Пресс,2008.-416с.-ISBN5-89602-012-0.

3.Степанов,В.В.Курсдифференциальныхуравнений:учебник/В.В.Степанов.-Изд.3-е,доп.-Москва;Ленинград:ГОНТИ,1939.-384с.

4.Филиппов,А.Ф.Сборникзадачподифференциальнымуравнениям/А.Ф.Филиппов.-Москва;Ижевск:НИЦ"Регулярнаяихаотическаядинамика",2005.-176с.-ISBN5-93972-008-0.

9. Материально-техническаяба-за,информационныетехнологии,программноеобеспечениеиинформационныесправочныесистемы

Учебныеаудито-рии,предназначенныедляпроведениязанятийлекционногоисеминарскоготипа,групповыхиндивидуальныхконсультаций,текущегоконтроляипромежуточнойаттестациооборудованы:

– специализированноймебелью(аудиторныестолыистулья);

– техническимисредствамиобуче-ния(мультимедийныйпроектор,светодиодныйэкран,персональныйкомпьютер(ноутбук)спрограммнымобеспечением);

– экраномдлядемонстрациипрезентацийифильмов;

– учебнойдоской(маркерной).

Учебныеаудитории,предназначенныедлясамостоятельнойработы,оснащеныкомпьютернойтехникойсвозможностьюподключенияксети«Интернет»ииспользованияэлектронно-библиотечныхиинформационно-справочныхсистем,атакжесобеспечениемдоступавэлектроннуюинформационно-образовательнуюсреду.

Перечень информационных технологий, программных продуктов, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине	
1	Операционная система (Microsoft Windows 10);
2	Пакет офисных программ (Microsoft Office 2016);
3	Антивирусная программа (Kaspersky Endpoint Security);
4	Интернет-браузер (Google Chrome и Yandex, Firefox,Microsoft Edge);
5	Различные утилиты (Архиваторы (7-Zip File Manager), программа для составления бизнес-планов (ProjectLibre), программа для записи компакт-дисков “ultraISO”, файловые менеджеры, программы просмотра изображений (Acrobat Reader free), мультимедийный проигрыватель (Windows media player), программа для конференц-связи (МТС-линк).
6	• Электронно-библиотечная система Znanium • Электронно-библиотечная система IPR Smart • Электронно-библиотечная система Лань • https://lib.ranepa.ru/ru/ • Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU http://elibrary.ru