Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА И ГОСУДАРСТВЕННОЙ СЛУЖБЫ ПРИ ПРЕЗИДЕНТЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
Московский областной филиал

Факультет государственного управления и права
(наименование структурного подразделения (института/факультета)

УТВЕРЖДЕНО
Директор
Московского областного филиала
РАНХиГС

Электронная подпись

ПРОГРАММА БАКАЛАВРИАТА

Государственная и муниципальная служба (с углубленным изучением иностранных языков)
(наименование образовательной программы)

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
реализуемой без применения электронного (онлайн) курса

Б1.О.08 Высшая математика
(код и наименование РПД)

38.03.04 Государственное и муниципальное управление
(код, наименование направления подготовки/специальности)

очная
(форма(формы) обучения)

Год набора – 2025

Красногорск, 2024 г.

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат:
00DAA02066BBB2FFF23A159B9219BEBE55
Владелец: Арсенян Арташес Завенович
Действителен: с 23.10.2023 до 15.01.2025

Автор–составитель:
доктор технических наук, профессор, профессор кафедры информатики и прикладной математики А.Н. Данчул

Заведующий кафедрой:
доктор юридических наук, профессор с возложением обязанностей заведующего кафедрой государственного и муниципального управления В.К. Ботнев

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы....4
2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО....5
3. Содержание и структура дисциплины....5
4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине....7
5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины....26
6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине....28
6.1. Основная литература....28
6.2. Дополнительная литература....29
6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы....29
6.4. Интернет-ресурсы, справочные системы....29
6.5. Нормативные правовые документы....29
6.6. Иные источники....29
7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы....30

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения программы

1.1 Дисциплина Б1.О.08 Высшая математика обеспечивает овладение следующими компетенциями:

Код компетенции	Наименование компетенции	Код этапа освоения компетенции	Наименование этапа освоения компетенции
ОПК-5	Способен использовать в профессиональной деятельности информационно-коммуникационные технологии, государственные и муниципальные информационные системы; применять технологии электронного правительства и предоставления государственных (муниципальных) услуг	ОПК -5.2	Способность выбирать математический инструментарий для решения управленческих задач

1.2 В результате освоения дисциплины у студентов должны быть сформированы:

Квалификационные требования[1]/ Задачи профессиональной деятельности [2]	Код этапа освоения компетенции	Результаты обучения
Умение мыслить стратегически (системно)	ОПК-5.2	**на уровне знаний:** знать основные математические модели и инструментарий, необходимые для оценки информационных систем
		на уровне умений: уметь использовать математический инструментарий для решения управленческих задач
		на уровне навыков: создавать формальную математическую запись управленческих задач; выполнять решения задач и интерпретации их результатов; использовать различные методы принятия управленческих решений с учетом поставленной задачи и складывающейся

[1] https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/71755218/#2220

2 Приказ Минобрнауки России от 13.08.2020 N 1016 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 38.03.04 Государственное и муниципальное управление" (Зарегистрировано в Минюсте России 27.08.2020 N 59497)

		ситуации.

2. Объем и место дисциплины в структуре ОП ВО

Объем дисциплины

Общая трудоемкость Б1.О.08 «Высшая математика» составляет 4 зачётные единицы, 144 часа, в том числе:

очная форма обучения

- лекции – 32 часа (24 астр. ч.),
- практические занятия - 32 часа (24 астр. ч.),
- самостоятельная работа - 42 часа (31,5 астр. ч.);
- консультация – 2 часа (1,5 астр. ч.);
- контроль – 36 часов (27 астр. ч.).

Место дисциплины в структуре ОП ВО

Дисциплина Б1.О.08 Высшая математика относится к дисциплинам Блока 1 «Дисциплины (модули)» и в соответствии с учебным планом изучается в 2 семестре на очной форме обучения.

В содержательном плане дисциплина служит основой для Б1.О.05 Социология (3 семестр очной формы, 4 – очно-заочной), Б1.О.15 Прогнозирование и планирование (5 семестр очной формы, 6 – очно-заочной формы).

Форма промежуточной аттестации в соответствии с учебным планом – экзамен.

3. Содержание и структура дисциплины

№ п/п	Наименование тем (разделов)	Всего	Объем дисциплины (модуля), час.					Форма текущего контроля успеваемости*, промежуточной аттестации**
			Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий				СР	
			Л	ЛР	ПЗ	КСР/ консультация		
Очная форма обучения								
Тема 1	Основы математической логики и теории множеств	13	4		4		5	О
Тема 2	Матрицы и определители	13	4		4		5	О, КР, ДЗ
Тема 3	Системы линейных алгебраических уравнений	11	2		4		5	О, КР, ДЗ
Тема 4	Линейные пространства и преобразования	11	4		2		5	О, КР, ДЗ
Тема 5	Функции одной переменной. Числовые последовательности. Пределы последователь-ностей и функций. Ряды.	19	6		6		7	О, КР, ДЗ
Тема 6	Дифференциальное исчисление	13	4		4		5	О, КР, ДЗ
Тема 7	Неопределенный и определенный интегралы	13	4		4		5	О, КР, ДЗ
Тема 8	Основы теории вероятностей	13	4		4		5	О, КР

Промежуточная аттестация	36						Экз.
Всего:	144	32		32	2	42	

Примечание:

** формы текущего контроля успеваемости:* опрос (О), контрольная работа (КР), контрольное домашнее задание (ДЗ).

*** формы промежуточной аттестации: экзамен (Экз).*

Содержание дисциплины

Тема 1. Основы математической логики и теории множеств

Математика как язык. Основные особенности математического мышления. Математическая логика и теория множеств как основа математики. Высказывания и основные операции над ними. Таблицы истинности. Эквивалентные высказывания и логические законы. Методы доказательства. Предикаты. Кванторы общности и существования.

Множества. Подмножества. Простейшие операции над множествами (дополнение, объединение, пересечение, разность). Диаграммы Венна. Пустое и универсальное множества. Тождества теории множеств. Кортежи. Прямое (декартово) произведение множеств. Координатная диаграмма декартова произведения. Понятие и примеры бинарных отношений и отображений множеств.

Тема 2. Матрицы и определители

Определение и виды матриц. Векторы. Операции над матрицами. Определитель квадратной матрицы. Минор. Алгебраическое дополнение. Вычисление и свойства определителей. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.

Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений

Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Запись и решение СЛАУ в матричном виде. Формулы Крамера. Теорема Кронекера-Капелли о разрешимости системы. Решение СЛАУ и вычисление обратной матрицы методом Гаусса. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальная система решений. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений.

Тема 4. Линейные пространства и преобразования

Векторы на плоскости и в трехмерном пространстве. Определение и примеры линейного пространства. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Координаты вектора в различных базисах. Размерность. Скалярное произведение. Ортонормированный базис. Евклидовы пространства.

Линейные преобразования: определение и примеры. Матрица линейного преобразования.

Тема 5. Числовые последовательности. Функции одной переменной. Пределы последовательностей и функций. Ряды

Отображения числовых множеств. Понятие числовой последовательности. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции. Основные элементарные функции. Сложные и взаимно обратные функции. Основные свойства функций и последовательностей (ограниченность, монотонность). Метрическое пространство. Окрестность точки.

Предел последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей. Признаки существования предела последовательности.

Понятие числового ряда. Основные свойства рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами. Абсолютная и

условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.

Предел функции в бесконечности и в точке. Односторонние пределы. Признаки существования предела функции. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Два замечательных предела. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Свойства функций, непрерывных в точке и на отрезке.

Тема 6. Дифференциальное исчисление

Производная функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной; геометрический смысл дифференциала. Уравнение касательной и нормали к графику функции. Правила дифференцирования сумм, произведения и частного функций. Производная сложной функции. Производные основных элементарных функций.

Теоремы Ферма, Ролля и Лагранжа. Правило Лопиталя. Производные высших порядков. Точки экстремума, выпуклость и точки перегиба функции. Асимптоты. Общая схема исследования функций.

Тема 7. Неопределенный и определенный интегралы

Первообразная и неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы от основных элементарных функций. Основные методы интегрирования.

Понятие и геометрическая интерпретация определенного интеграла. Свойства определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования. Признаки сходимости несобственных интегралов.

Тема 8. Основы теории вероятностей

Понятие вероятности. Пространство элементарных событий. Основные теоремы о вероятностях событий. Зависимые и независимые события. Формула полной вероятности. Теорема Байеса.

Случайные величины. Функция и плотность распределения. Характеристики случайных величин.

4. Материалы текущего контроля успеваемости обучающихся и фонд оценочных средств промежуточной аттестации по дисциплине

4.1. Формы и методы текущего контроля успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации.

4.1.1. В ходе реализации дисциплины Б1.О.08 «Высшая математика» используются следующие методы текущего контроля успеваемости обучающихся:

Тема и/или раздел		Методы текущего контроля успеваемости
Тема 1.	Основы математической логики и теории множеств	Опрос
Тема 2.	Матрицы и определители	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание
Тема 3.	Системы линейных алгебраических уравнений	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание
Тема 4.	Линейные пространства и преобразования	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание
Тема 5.	Функции одной переменной. Числовые последовательности. Пределы последователь-	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание

	ностей и функций. Ряды.	
Тема 6.	Дифференциальное исчисление	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание
Тема 7.	Неопределенный и определенный интегралы	Опрос, контрольная работа, контрольное домашнее задание
Тема 8.	Основы теории вероятностей	Опрос, контрольная работа

4.1.2. Экзамен проводится с применением следующих методов (средств): в форме устных ответов на вопросы и решения типовых заданий

4.2. Материалы текущего контроля успеваемости.

Преподаватель оценивает уровень подготовленности обучающихся к занятию по следующим показателям:

- устные ответы на вопросы преподавателя по теме занятия,
- выступление по вопросам к опросам,
- написание контрольной работы,
- решение задач.

Критерии оценивания ответа:

– степень усвоения понятий и категорий по теме;
– умение работать с документальными и литературными источниками;
– грамотность изложения материала;
– самостоятельность работы, наличие собственной обоснованной позиции.

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы 70% из 100% (70 баллов из 100) - вклад по результатам посещаемости занятий, активности на занятиях, ответов на вопросы преподавателя в ходе занятия, написания контрольной работы, по результатам решения задач.

Детализация баллов и критерии оценки текущего контроля успеваемости утверждается на заседании кафедры.

Вопросы для подготовки к опросам, практическим занятиям по темам[3]:

Тема 1. Основы математической логики и теории множеств

Занятие 1.

1. Повторение определений основных понятий темы.

2. Доказать логические законы, используя таблицы истинности, и дать примеры их содержательной интерпретации

а) $\overline{a \vee b} \Leftrightarrow \bar{a} \wedge \bar{b}$; б) $(a \Rightarrow b) \Leftrightarrow \bar{a} \vee b$;

в) $a \vee (b \wedge c) \Leftrightarrow (a \vee b) \wedge (a \vee c)$;

на дом

а) $\overline{a \wedge b} \Leftrightarrow \bar{a} \vee \bar{b}$; б) $a \Rightarrow b \Leftrightarrow \overline{a \wedge \bar{b}}$;

в) $a \wedge (b \vee c) \Leftrightarrow (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$.

3. Пусть p означает: «число a делится на число b», q означает: «число a делится на число c» и r означает: «число a делится на произведение чисел b и c». Сформулировать предложения, записанные в виде формул, и определить, если возможно, их значение (истинность)

а) $p \wedge q$; б) $p \wedge q \Rightarrow r$;

на дом

а) $\bar{p} \wedge \bar{q}$; б) $p \vee q \Rightarrow \bar{r}$

[3] Количество и номера занятий приведены для очной формы обучения.

4. Пусть R и D означают соответственно высказывания: «данный четырехугольник есть ромб» и «диагонали данного четырехугольника взаимно перпендикулярны». Записать в символической форме следующие высказывания и определить, если возможно, их значение (истинность).

а) Если данный четырехугольник есть ромб, то диагонали данного четырехугольника взаимно перпендикулярны;

б) Неверно, что если диагонали данного четырехугольника взаимно перпендикулярны, то данный четырехугольник есть ромб.

на дом

а) Данный четырехугольник не ромб, или диагонали данного четырехугольника взаимно перпендикулярны.

5. Дано множество $M=\{a, b\}$. Предикат $P(x, y)$, где x и $y \in M$, задан таблицей

x	Y	$P(x, y)$
a	a	1
a	b	1
b	a	1
b	b	0

Определить значение истинности следующих высказываний и дать пример их содержательной интерпретации.

а) $\exists\, x\, P(x, a)$ б) $\forall\, y\, P(a, y)$ в) $\exists\, x \forall\, y\, P(x, y)$.

на дом а) $\exists\, y\, P(a, y)$ б) $\forall\, x\, P(x, a)$ в) $\forall\, x\, \exists\, y\, P(x, y)$.

Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Записать в форме высказываний, введя необходимые обозначения предикатов, следующие предложения:

а) Все москвичи в данной группе учатся на «хорошо» и «отлично».

б) В данной группе нет слушателей старше 30 лет.

на дом

а) Все слушатели в данной группе – москвичи или из Подмосковья.

б) Некоторые москвичи – слушатели данной группы.

4. Пусть $S(x, y, z)$ - предикат сложения (z является суммой x и y), рассматриваемый на множестве $\mathbf{Z}$ всех целых чисел и на множестве $\mathbf{N_0} = \mathbf{N} \cup \{0\}$ целых неотрицательных чисел. Какова содержательная интерпретация следующих формул и на каком множестве ($\mathbf{Z}$ или $\mathbf{N_0}$) они истинны?

а) $\forall\, y\, \exists\, x\ \ S(x, y, 0)$ б) $\forall\, z\, \forall\, x\, \exists\, y\ \ S(x, y, z)$.

на дом

а) $\exists y \forall x\, S(x, y, x)$ б) $\exists\, x \exists y\, S(x, y, -12)$

5. Доказать с помощью диаграмм Венна следующие тождества

$\overline{X} \cup Y = \overline{X \cap \overline{Y}}$ ***на дом*** $(X \cap Z) \cup Y = (X \cup Y) \cap (Z \cup Y)$.

Проверить выполнение тождеств при множествах

I= {1, 2, 3, 4, 5}, X={1, 5}, Y={1, 2, 4}, Z={2, 5}.

6. Даны множества: X={1, 5}, Y={1, 2, 4}, Z={2, 5}. Найти следующие множества

$X \times Y$, ***на дом*** $X \times Y \cap Z$.

7. Выписать все элементы отношений $\rho = <X, R>$; представить их в виде координатных диаграмм и графов отношений, если

X= {1, 3, 5}, $R = \{<x, y>:\ x \le y\}$,

на дом X={2, 4, 16, 22}, $R = \{<x, y>:$ x является делителем $y\}$,

Определить, являются ли эти отношения отношением эквивалентности.

Тема 2. Матрицы и определители

Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Даны матрицы А и В.

а) $A=\begin{pmatrix}2 & 3 & 0\\ 1 & -1 & 4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}0 & -1\\ 13 & 2\\ 0 & 3\end{pmatrix}$

Указать, какие из нижеприведенных операций выполнимы, и выполнить их.

а) $A + B$; б) $A^T + B$; в) $A + B^T$; г) $A^T + B^T$.

д) AB; е) A^TB; ж) AB^T; з) BA^T.

на дом

а) $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 3\\ 0 & 13 & 0\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}2 & 3 & 0\\ 1 & -1 & 4\end{pmatrix}$

4. Решить задачи [Л1[4], с.60, 64]:

1.17, 1.20, 1.23; 1.40, 1.43 ***на дом*** 1.18, 1.21, 1.25; 1.42, 1.45

Занятие 2.

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с.65, 68]:

1.62 ***на дом*** 1.65.

4. Найти ранг матриц

$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -4\\ 4 & 2 & 0\\ 1 & -3 & 4\end{pmatrix}$ $B=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 5\\ 2 & -6 & 0\\ 1 & -3 & -5\end{pmatrix}$ $C=\begin{pmatrix}-2 & -1 & 3\\ 4 & 2 & -6\\ 2 & 1 & -3\end{pmatrix}$

5. Решить задачи [Л1, с.70-71]:

1.73 ***на дом*** 1.75.

Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений

Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с. 108]:

2.14, 2.19, 2.22 ***на дом*** 2.15, 2.20, 2.23.

4. Решить системы уравнений методом Гаусса

а) $\begin{cases}2x_1+x_2+3x_3=5\\ 4x_1+2x_2+6x_3=8\\ x_1+2x_2-4x_3=-1\end{cases}$; б) $\begin{cases}x_1+4x_3=2\\ 3x_1+x_2+2x_3=-3\\ -x_1+x_2+x_3=5\end{cases}$.

на дом а) $\begin{cases}3x_1-x_2+2x_3=4\\ x_1+5x_2+4x_3=7\\ -9x_1+3x_2-6x_3=5\end{cases}$; б) $\begin{cases}3x_1+x_2+x_3=1\\ x_1+2x_2=3\\ 5x_1+3x_2+x_3=5\end{cases}$

Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить методом Гаусса задачи [Л1, с. 108, 115]:

2.46; 2.47; ***на дом*** 2.48.

[4] Л1 – литература под номером 1 в списке литературы

Тема 4. Линейные пространства и преобразования

Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с. 165-166]:

3.53, 3.56 ***на дом*** 3.51, 3.57.

4. Найти косинус угла между векторами x и y, принадлежащими трехмерному евклидову пространству с ортонормированным базисом.

а) $x=\begin{pmatrix}1\\4\\-2\end{pmatrix}$, $y=\begin{pmatrix}-1\\3\\2\end{pmatrix}$ *б)* $x=\begin{pmatrix}0\\-4\\1\end{pmatrix}$, $y=\begin{pmatrix}-1\\3\\-2\end{pmatrix}$.

5. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый

вектор $x=\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix}$ в вектор $y=\begin{pmatrix}y_1\\y_2\\y_3\end{pmatrix}$

$y=\begin{pmatrix}x_1\\x_2+x_3\\x_2-x_3\end{pmatrix}$ ***на дом*** $y=\begin{pmatrix}x_1-x_2\\2x_3\\x_2-3x_3\end{pmatrix}$.

5. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор x двухмерного векторного пространства в вектор y по следующему алгоритму.

а) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = x_2$;

б) поворот на 45° по часовой стрелке;

в) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$, а затем симметричное отображение относительно начала координат.

на дом

а) симметричное отображение относительно прямой $x_1 = -x_2$.

б) поворот на угол α против часовой стрелки;

в) симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$.

Тема 5. Числовые последовательности. Функции одной переменной. Пределы последовательностей и функций. Ряды

Занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти пределы последовательностей

а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-1}{6n+5}$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n-1}{6n^2+5}$; в) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{\sin n}{2n+1}$;

на дом а) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n^3-1}{6n^2+1}$; б) $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{2n\cos n}{6n^2+5}$.

3. Исследовать сходимость знакопостоянного числового ряда

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{2n-1}{7n+5}$; б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{1}{2^n\cdot n}$; в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n!}{10^n}$;

на дом а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^5}{(n+1)!}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1000^n}{n!}$.

4. Решить задачи [Л1, с.753, 754]:

13.106, 13.113 ***на дом*** 13.120, 13.123.

Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Определить области существования и области значений следующих функций:

а) $y=\sqrt{3x-x^3}$; б) $y=\log(x^2-4)$; в) $y=\sin(\sqrt{x})$

на дом а) $y=\sqrt{2+x-x^2}$; б) $y=\log_2\log_4 x$; в) $y=\frac{\sqrt{x}}{\sin\pi x}$.

4. Построить график функции

$y=ax+b$, $a\in\Re$, $b\in\Re$[5].

5. Решить задачи [Л1, с.267]:

5.38(а, в); 5.39(а, г); 5.40(а); 5.41(а)

на дом 5.38(б, г), 5.39(б, д); 5.40(б, в), 5.41(б).

6. Решить задачи [Л1, с.296, 297, 302]:

6.8(а, б); 6.9(а) ***на дом*** 6.15; 6.21.

Занятие 3

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Вычислить пределы

а) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$; б) $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$; в) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{x^2-1}{2x^2-x-1}$.

4. Решить задачи [Л1, с.298 – 304]:

6.10(а, г, д); 6.11(г, б) ***на дом*** 6.23; 6.39; 6.41; 6.47; 6.63; 6.69.

5. Решить задачи [Л1, с.305 – 304]:

6.80(б, в); 6.88; 6.109; 6.110

на дом 6.83; 6.85; 6.86; 6.111; 6.120.

Тема 6. Дифференциальное исчисление

Занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с. 350 – 355]:

7.20(б, г); 7.33; 7.34; 7.42 ***на дом*** 7.27; 7.39; 7.55; 7.61; 7.62.

4. Найти первую и вторую производные функций:

$y=\ln(tgx^2)$ ***на дом*** $y=5^x+\sqrt{(x-\ln x)}$

5. Решить задачи [Л1, с.355]:

7.64 ***на дом*** 7.65; 7.66.

5. Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $y=3x^2$ в заданной точке М(-2, 12).

---

[5] $\Re$ - множество действительных чисел.

6*. Решить задачи [Л1, с.359]:

7.110 ***на дом*** 7.108; 7.112.

Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Решить задачи [Л1, с.356]:

7.76, 7.78, 7.80 ***на дом*** 7.77, 7.81.

4. Исследовать функции и построить их графики

а) $y=\dfrac{x^2}{x^2-1}$; б) $y=x+\dfrac{1}{x}$

на дом а) $y=\dfrac{3\sqrt{x}}{3x+1}$; б) $y=x^{2/3}(1-3x)$.

5. Решить задачи [Л1, с.361]:

7.125; 7.130 ***на дом*** 7.126; 7.127; 7.133.

Тема 7. Неопределенный и определенный интегралы

Занятие 1

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти неопределенные интегралы методом непосредственного интегрирования

а) $\int\dfrac{dx}{\sqrt{x^3}}$; б) $\int\dfrac{3x^2+1}{x^2(x^2+1)}dx$; в) $\int e^x 5^{4x}dx$.

Решить задачи [Л1, с.548 – 549]:

10.34 ***на дом*** 10.25; 10.32, 10.36.

4. Найти неопределенные интегралы методом замены переменной

а) $\int\dfrac{2x}{1+x^4}dx$; б) $\int\dfrac{\ln^2 x}{x}dx$; в) $\int\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}dx$.

Решить задачи [Л1, с. 549, 554 – 556]:

10.41(в); 10.48 ***на дом*** 10.43; 10.46; 10.55; 10.76; 10.80.

5. Найти неопределенные интегралы методом интегрирования по частям.

Решить задачи [Л1, с. 556, 560]:

10.95(а); 10.97; 10.100; 10.104 ***на дом*** 10.107; 10.125, 10.126.

Занятие 2

1. Проверка домашнего задания.
2. Повторение определений основных понятий темы.
3. Найти неопределенные интегралы от рациональных дробей

Решить задачи [Л1, с.561-565]:

10.130; 10.127; ***на дом*** 10.137; 10.140, 10.144.

4. Вычислить определенные интегралы

Решить задачи [Л1, с.621]:

11.32, 11.37 ***на дом*** 11.40, 11.43

5. Найти площади фигур, ограниченных следующими кривыми

а) $y=-x^2+3,\ \ y=0$; б) $y=x^2-2x,\ \ y=4x-x^2$

на дом а) $y=-x^2+4x,\ \ y=2x$; б) $y=x^2,\ \ y=\sqrt{x}$.

Решить задачи [Л1, с.630]:

11.65 ***на дом*** 11.64; 11.72; 11.73; 11.84.

6. Вычислить несобственные интегралы

а) $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{1+x^2}$; б) $\int_{0}^{5} \frac{dx}{(x-1)^2}$.

Решить задачи [Л1, с.635 - 636]:

11.115; 11.118 ***на дом*** 11.124; 11.128; 11.129.

Тема 8. Основы теории вероятностей

Занятие 1.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. Вероятность сдачи студентом зачета по истории (событие А) равна 0,9, а зачета по математике (событие В) – 0,7. Считая сдачу этих зачетов независимыми событиями, найти вероятности событий $A \cap B, \bar{A} \cap B, A \cap \bar{B}, \bar{A} \cap \bar{B}$. Дать содержательную интерпретацию этим событиям и изобразить их на рисунке пространства элементарных событий.

4. В одной группе Г1 студентов, из которых О1 учатся на «отлично». В другой – Г2 студентов, из которых на «отлично» учатся О2. Из каждой группы случайным образом выбрали по одному студенту. Какова вероятность того, что оба учатся на «отлично»?

а) $Г_1$=18; $О_1$=9; $Г_2$=16; $О_2$=4 ***на дом*** *б)* $Г_1$=15; $О_1$=5; $Г_2$=20; $О_2$=6.

4. Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются 4 приглашения на дискотеку, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся а) только девушки, б) только юноши?

на дом

Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся три девушки и один юноша?

5. Решить задачи [Л2[6], с.61 – 62]:

1.37; 1.43; 1.45 ***на дом*** 1.38; 1.45; 1.51.

6. Решить задачи [Л3, с.45, 63]:

1.26а-б; 1.55 ***на дом*** 1.26в-д; 1.56.

Занятие 2.

1. Проверка домашнего задания.

2. Повторение определений основных понятий темы.

3. В семье двое детей. Известно, что один из них мальчик. Какова вероятность, что оба ребенка – мальчики?

4. По результатам проверки зачетных работ оказалось, что в первой группе получили зачет 20 студентов из 30, а во второй 16 из 32. Какова вероятность того, что наудачу выбранная зачтенная работа принадлежит студенту первой группы?

5. Решить задачи [Л2, с.49-50, 63-65]:

1.65; 1.69 ***на дом*** 1.33а; 1.82.

6. Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, а для второго – 0,4. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что пробоина принадлежит первому стрелку.

на дом

[6] Л2 – литература под номером 2 в списке литературы

Два стрелка сделали по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,8, а для второго – 0,5. В мишени оказалась одна пробоина. Найти вероятность того, что пробоина принадлежит второму стрелку.

4.2.1. Контрольное домашнее задание выполняется по вариантам в соответствии с таблицей вариантов.

Таблица вариантов

Задача	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
№ варианта задания	***Номера вариантов задач***					
1.	1	1	1	1	1	1
2.	2	2	2	2	2	2
3.	3	3	3	3	3	3
4.	4	4	4	4	4	4
5.	5	5	5	5	5	5
6.	6	6	6	6	6	6
7.	7	7	7	7	7	7
8.	8	8	8	8	8	8
9.	9	9	9	9	9	9
10.	10	10	10	10	10	10
11.	1	2	3	4	5	6
12.	2	3	4	5	6	7
13.	3	4	5	6	7	8
14.	4	5	6	7	8	9
15.	5	6	7	8	9	10
16.	6	7	8	9	10	1
17.	7	8	9	10	1	2
18.	8	9	10	1	2	3
19.	9	10	1	2	3	4
20.	10	1	2	3	4	5
21.	1	3	5	7	9	2
22.	2	5	7	9	2	4
23.	3	7	9	2	4	6
24.	4	9	2	4	6	8
25.	5	2	4	6	8	10
26.	6	4	6	8	10	1
27.	7	6	8	10	1	3
28.	8	8	10	1	3	5
29.	9	10	1	3	5	7
30.	10	1	3	5	7	9
31.	1	6	7	8	9	10
32.	2	7	8	9	10	1

КОНТРОЛЬНОЕ ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Задача 1. Найти ранг матрицы

Вариант 1	**Вариант 2**
$A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & -1\\ 0 & 2 & 3\\ 1 & -2 & 4\end{pmatrix}$	$A=\begin{pmatrix}-2 & -1 & 3\\ 4 & 2 & -6\\ 2 & 1 & -3\end{pmatrix}$
Вариант 3	**Вариант 4**
$A=\begin{pmatrix}2 & 1 & -4\\ 4 & 2 & 0\\ 1 & -3 & 4\end{pmatrix}$	$A=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 5\\ 2 & -6 & 0\\ 1 & -3 & -5\end{pmatrix}$
Вариант 5	**Вариант 6**
$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ -1 & 2 & 3\\ -3 & 1 & 0\end{pmatrix}$	$A=\begin{pmatrix}0 & 2 & 4\\ 3 & -1 & 5\\ 2 & 0 & 1\end{pmatrix}$
Вариант 7	**Вариант 8**
$A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 1\\ 2 & 0 & 3\end{pmatrix}$	$A=\begin{pmatrix}5 & 3 & -1\\ 0 & -6 & 2\\ -5 & -3 & 1\end{pmatrix}$
Вариант 9	**Вариант 10**
$A=\begin{pmatrix}1 & -1 & 1\\ 2 & -1 & 3\\ 3 & -2 & 4\end{pmatrix}$	$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 3\\ 1 & 4 & 1\\ 2 & 0 & 3\end{pmatrix}$

Задача 2. Представить вектор ***x*** в виде линейной комбинации векторов $\boldsymbol{a_1, a_2, a_3}$, если система векторов $\boldsymbol{a_1, a_2, a_3}$ линейно независима. В случае линейной зависимости векторов $\boldsymbol{a_1, a_2, a_3}$ заменить один из них на вектор ***x*** так, чтобы полученная система стала линейно независимой.

$$\mathbf{x}=\begin{pmatrix}1\\ 2\\ 3\end{pmatrix}$$

Вариант 1

$$\mathrm{a}_1=\begin{pmatrix}1\\ -2\\ 3\end{pmatrix}\ \mathrm{a}_2=\begin{pmatrix}4\\ 2\\ 0\end{pmatrix}\quad \mathrm{a}_3=\begin{pmatrix}5\\ -1\\ 3\end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$\mathrm{a}_1=\begin{pmatrix}1\\ 3\\ 0\end{pmatrix}\quad \mathrm{a}_2=\begin{pmatrix}4\\ 1\\ 0\end{pmatrix}\quad \mathrm{a}_3=\begin{pmatrix}1\\ 0\\ 1\end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} \quad a_2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Задача 3. Найти матрицу линейного преобразования, переводящего каждый вектор ***x*** двухмерного линейного пространства в вектор ***y*** по следующему алгоритму:

Вариант 1.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$**,** а затем поворот на 90° по часовой стрелке.
Вариант 2.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$**,** а затем поворот на 90° против часовой стрелки.
Вариант 3.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$**,** а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$**.**
Вариант 4.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$**,** а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$**.**
Вариант 5.	Симметричное отображение относительно начала координат**,** а затем поворот на 90° против часовой стрелки.
Вариант 6.	Симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$**,** а затем симметричное отображение относительно начала координат.
Вариант 7.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$**.**
Вариант 8.	Симметричное отображение относительно начала координат, а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$**.**
Вариант 9.	Поворот по часовой стрелке на 90°**,** а затем симметричное отображение относительно прямой $x_2 = 0$**.**
Вариант 10.	Симметричное отображение относительно прямой $x_1 = 0$**,** а затем поворот на 90° против часовой стрелки**.**

Задача 4. Вычислить пределы функций

Вариант 1

$$\lim_{x\to 1}\frac{x^3-x^2-x+1}{x^3-3x+2}$$

Вариант 2

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{4}{x^2-4}\right)$$

Вариант 3

$$\lim_{x\to\infty}\frac{\sqrt{2x^2+3x}}{\sqrt[3]{x^3-2x^2}}$$

Вариант 4

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x\cdot tgx}{1-\cos x}$$

Вариант 5

$$\lim_{x\to\infty}\left(\frac{2x+5}{2x+1}\right)^{5x}$$

Вариант 6

$$\lim_{x\to\infty}(\sqrt{x^2+x+1}-\sqrt{x^2-x})$$

Вариант 7

$$\lim_{x\to 2}\left(\frac{1}{x-2}-\frac{12}{x^3-8}\right)$$

Вариант 8

$$\lim_{x\to 4}\frac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$$

Вариант 9

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{\sqrt{1+x}-1}$$

Вариант 10

$$\lim_{x\to 0}(1-2x)^{\frac{3}{x}}$$

Задача 5. Исследовать функцию и построить график.

Вариант 1

$$y=\frac{2x}{1+x^2}$$

Вариант 2

$$y=x^2e^{-2x}$$

Вариант 3

$$y=\frac{\sqrt{x}}{1+x}$$

Вариант 4

$$y=ln(x+\sqrt{x^2+1})$$

Вариант 5

$$y=x\sqrt{1+x}$$

Вариант 6

$$y=x^2+2\sqrt{-x}$$

Вариант 7

$$y=\sqrt{x}e^{-x}$$

Вариант 8

$$y=xe^{\frac{1}{x}}$$

Вариант 9

$$y=\frac{1}{1-e^x}$$

Вариант 10

$$y=x^{\frac{2}{3}}(1-x)$$

Задача 6. Найти площадь фигуры, ограниченной заданными кривыми

Вариант 1 $y=\sqrt{1-x},$ $y=x+1,\ y=0$	***Вариант 2*** $y=e^{x},\ y=e^{x/2},$ $y=e^{2}$	***Вариант 3*** $xy=1,\ y=0,$ $x=3,\ y=x^{2}$
Вариант 4 $y=x^{2}+2, x=0,$ $y=1-x^{2}, x=1$	***Вариант 5*** $y=4/x^{2},\ x=1,$ $y=x-1$	***Вариант 6*** $y=2-x^{4},$ $y=x^{2}$
Вариант 7 $y=-x^{2},\ y=2e^{x},$ $x=0,\ x=1$	***Вариант 8*** $y=\sin x, y=\cos x,$ $x=0$	***Вариант 9*** $y=x^{2},$ $y=1+0.75x^{2}$
Вариант 10 $x=0,\ x=2,\ y=2^{x},$ $y=2x-x^{2}$		

4.2.3. На контрольные работы выносятся задачи из текущих и контрольных домашних заданий, а также могут быть использованы следующие виды задач.

Контрольная работа 1

Задача 1. Найти матрицу, обратную матрице A

Вариант 1	**Вариант 2**
$A=\begin{pmatrix}-4 & 1 & -1\\ 0 & 2 & 3\\ 5 & -2 & 4\end{pmatrix}$	$A=\begin{pmatrix}4 & 1 & 2\\ 0 & 2 & 3\\ 5 & -2 & 4\end{pmatrix}$
Вариант 3	**Вариант 4**
$A=\begin{pmatrix}4 & 0 & 1\\ 0 & 1 & -2\\ 5 & -2 & 1\end{pmatrix}$	$A=\begin{pmatrix}-2 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 3\\ 5 & -2 & 4\end{pmatrix}$
Вариант 5	**Вариант 6**
$A=\begin{pmatrix}4 & 0 & 1\\ 0 & 2 & 3\\ 5 & -2 & 0\end{pmatrix}$	$A=\begin{pmatrix}-2 & 0 & -1\\ 0 & 2 & 3\\ 1 & -2 & 4\end{pmatrix}$
Вариант 7	**Вариант 8**

$A=\begin{pmatrix}4 & 1 & 2\\ 0 & 2 & 3\\ 1 & -2 & 0\end{pmatrix}$	$A=\begin{pmatrix}3 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 3\\ 5 & -2 & 4\end{pmatrix}$
Вариант 9	**Вариант 10**
$A=\begin{pmatrix}4 & 1 & 2\\ 3 & 1 & 0\\ 1 & -2 & 4\end{pmatrix}$	$A=\begin{pmatrix}4 & 1 & 0\\ 0 & 2 & 3\\ 5 & -2 & 1\end{pmatrix}$

Задача 2. Решить систему уравнений методом Гаусса

Вариант 1

$$\begin{cases}2x_1 - x_2 + x_3 = 0\\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4\\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = 2\end{cases}$$

Вариант 2

$$\begin{cases}x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 2\\ 3x_1 - x_2 + x_3 = -3\\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5\end{cases}$$

Вариант 3

$$\begin{cases}3x_1 + x_2 - x_3 = 3\\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2\\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 = 2\end{cases}$$

Вариант 4

$$\begin{cases}3x_1 - x_2 + 2x_3 = 7\\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2\\ 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 = 11\end{cases}$$

Вариант 5

$$\begin{cases}2x_1 - x_2 + 2x_3 = 1\\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 9\\ x_1 - 4x_2 + 3x_3 = -5\end{cases}$$

Вариант 6

$$\begin{cases}2x_1 - 3x_2 + x_3 = 5\\ x_1 + 4x_2 - x_3 = -3\\ 3x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1\end{cases}$$

Вариант 7

$$\begin{cases}3x_1 + x_2 + x_3 = 2\\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = -1\\ 4x_1 - 3x_2 - x_3 = 5\end{cases}$$

Вариант 8

$$\begin{cases}-2x_1 + 2x_2 - x_3 = -7\\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 6\\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 = 7\end{cases}$$

Вариант 9

$$\begin{cases}-2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4\\ -4x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -12\\ 4x_1 + 8x_3 = -48\end{cases}$$

Вариант 10

$$\begin{cases}-3x_1 + x_2 + 4x_3 = -5\\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 26\\ -2x_1 + 9x_3 = 19\end{cases}$$

Контрольная работа 2

Задача 1. Записать уравнение касательной, проходящей через точку $M(x,y)$, к графику функции $y=f(x)$. Записать уравнение нормали к графику в точке касания.

Вариант 1

$M(0,0);\ \ y=x^2+2x$

Вариант 2

$M(1,3);\ \ y=x^2+2x$

Вариант 3

$M(2,8);\ \ y=x^2+2x$

Вариант 4

$M(-1,3);\ \ y=x^2-2x$

Вариант 5

$M(-2,8);\ \ y=x^2-2x$

Вариант 6

$M(-1,-1);\ \ y=x^2+2x$

Вариант 7

$M(-2,0);\ \ y=x^2+2x$

Вариант 8

$M(0,0);\ \ y=x^2-2x$

Вариант 9

$M(1,-1);\ \ y=x^2-2x$

Вариант 10

$M(2,0);\ \ y=x^2-2x$

Задача 2. Найти неопределенный интеграл

Вариант 1 $\int x\cdot arctg\,2x\,dx$	***Вариант 6*** $\int \ln(3x+2)\,dx$
Вариант 2 $\int x\cdot \ln 3x\,dx$	***Вариант 7*** $\int x\cdot e^{2x-1}\,dx$
Вариант 3 $\int x^2 e^{-x}\,dx$	***Вариант 8*** $\int (x+2)\cdot\cos 3x\,dx$
Вариант 4 $\int \cos^3 2x\,dx$	***Вариант 9*** $\int \frac{x\,dx}{x^2+3x-4}$
Вариант 5 $\int \ln^2 2x\,dx$	***Вариант 10*** $\int \sin^3 3x\,dx$

Задача 3. В одном сосуде находятся $Б_1$ белых и $Ч_1$ черных шаров. Во втором – $Б_2$ белых и $Ч_2$ черных. Бросают два кубика. Если сумма очков, выпавших на верхних гранях, меньше 10, берут шар из первого сосуда, если больше или равна 10 – из второго.

Вариант		
1	Б1=7; Ч1=6; Б2=5; Ч2=9	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
2	Б1=7; Ч1=5;	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что

	Б2=6; Ч2=9	сумма очков была меньше 10?
3	Б1=6; Ч1=5; Б2=7; Ч2=9	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
4	Б1=7; Ч1=5; Б2=9; Ч2=6	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
5	Б1=5; Ч1=6; Б2=9; Ч2=6	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
6	Б1=5; Ч1=9; Б2=7; Ч2=6	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
7	Б1=5; Ч1=7; Б2=6; Ч2=9	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?
8	Б1=5; Ч1=7; Б2=9; Ч2=6	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
9	Б1=4; Ч1=8; Б2=9; Ч2=6	Вынут белый шар. Какова вероятность того, что сумма очков была меньше 10?
10	Б1=8; Ч1=4; Б2=6; Ч2=9	Вынут черный шар. Какова вероятность того, что сумма очков была не меньше 10?

4.3. Оценочные средства для промежуточной аттестации.

4.3.1. Формируемые компетенции с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы. Показатели и критерии оценивания компетенций с учетом этапа их формирования

Код компетенции	**Наименование Компетенции**	**Код этапа освоения компетенции**	**Наименование этапа освоения компетенции**
ОПК -5	Способен использовать в профессиональной деятельности информационно-коммуникационные технологии, государственные и муниципальные информационные системы; применять технологии электронного правительства и предоставления государственных (муниципальных) услуг	ОПК -5.2	Способность выбирать математический инструментарий для решения управленческих задач

Вопросы к экзамену

1. Высказывания и основные операции над ними.
2. Множества и основные операции над ними.
3. Кортежи. Прямое произведение множеств.
4. Бинарные отношения.
5. Отображения. Основные определения.
6. Виды отображений.
7. Виды матриц. Геометрическая интерпретация векторов.
8. Умножение матриц.
9. Определители матриц второго и третьего порядка.
10. Обратная матрица и ее нахождение.
11. Свойства определителей.
12. Элементарные преобразования строк и столбцов матрицы. Их использование при нахождении определителей.
13. Ранг матрицы. Способы вычисления ранга матрицы.
14. Условие Кронекера-Капелли совместимости системы линейных алгебраических уравнений.
15. Запись и решение системы линейных алгебраических уравнений в матричном виде.
16. Решение системы линейных алгебраических уравнений методом Гаусса.
17. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальная система решений.
18. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения.
19. Линейное пространство.
20. Линейная зависимость и независимость векторов. Способы определения.
21. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
22. Линейные преобразования. Свойства.
23. Нахождение матрицы линейного преобразования.
24. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
25. Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
26. Понятие действительной функции действительной переменной. График функции. Основные свойства функций.
27. Предел числовой последовательности. Признаки существования предела последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей.
28. Предел функции в бесконечности и в точке.
29. Непрерывность функции действительной переменной в точке и на отрезке.
30. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
31. Производная функции и дифференциал. Геометрический и физический смысл производной; геометрический смысл дифференциала.
32. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа.
33. Точки экстремума. Необходимое и достаточное условие локального экстремума функции.
34. Выпуклость и точки перегиба функции. Необходимое и достаточное условие перегиба функции.
35. Нахождение асимптот функции.
36. Уравнения касательной и нормали к графику функции в заданной точке.
37. Первообразная функции и неопределенный интеграл.
38. Свойства неопределенного интеграла.
39. Понятие определенного интеграла. Свойства и геометрическая интерпретация определенного интеграла.

40. Формула Ньютона-Лейбница.

41. Несобственные интегралы с бесконечными пределами. Несобственные интегралы от неограниченных функций. Признаки сходимости несобственных интегралов.

42. Понятие числового ряда. Основные свойства рядов.

43. Необходимый признак сходимости ряда. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.

44. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Признак сходимости Лейбница для знакочередующегося ряда.

45. Основные понятия теории вероятностей. Пространство элементарных событий.

46. Основные формулы для вычисления вероятностей.

47. Независимые и зависимые события. Условная вероятность.

48. Формула полной вероятности. Теорема Байеса.

49. Определение случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.

50. Функция распределения случайной величины. Плотность распределения непрерывной случайной величины.

51. Числовые характеристики случайных величин: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

Примерные задачи к экзамену

Задача 1. Найти максимальное число линейно независимых строк матрицы:

$$A=\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Задача 2. Найти общее решение системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} x_1+2x_2-x_3=5 \\ 2x_1-x_2-3x_3=-4 \end{cases}$$

Задача 3. Найти интеграл: $\int\limits_{-\infty}^{\infty} xe^{-x^2}dx.$

Задача 4. Найти интеграл: $\int\limits_{0}^{3}\frac{dx}{(x-1)^2}.$

Задача 5. Записать систему линейных уравнений в матричном виде и решить ее как матричное уравнение:

$$\begin{cases} 2x_1+3x_2=2 \\ 3x_1+5x_2=4 \end{cases}$$

Задача 6. Найти интеграл: $\int\limits_{1}^{e} x\ln x dx.$

Задача 7. Найти интеграл: $\int\frac{\cos 2x}{\cos^2 x\cdot\sin^2 x}dx.$

Задача 8. Найти предел функции

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-2x}{x^2-4x+4}$$

Задача 9. Найти производную функции и вычислить ее значение при $x_0=\frac{\pi}{2}$:

$y = \sin x \cdot e^{\cos x}$.

Задача 10. Найти производную функции: $y = x(\cos\ln x + \sin\ln x)$.

Задача 11. Найти дифференциал второго порядка функции $y = \frac{1}{12}\ln\frac{x-6}{x+2}$.

Шкала оценивания

Оценка знаний, умений, навыков проводится на основе балльно-рейтинговой системы: 30% из 100% (или 30 баллов из 100) - вклад в итоговую оценку по результатам промежуточной аттестации.

При оценивании ответа обучающегося в ходе промежуточной аттестации можно опираться на следующие критерии:

Баллы	Критерий оценки
26-30	Обучающийся показывает высокий уровень компетентности, знания программного материала, учебной, периодической и монографической литературы, законодательства и практики его применения, раскрывает не только основные понятия, но и анализирует их с точки зрения различных авторов. Обучающийся показывает не только высокий уровень теоретических знаний, но и видит междисциплинарные связи. Профессионально, грамотно, последовательно, хорошим языком четко излагает материал, аргументированно формулирует выводы. Знает в рамках требований к направлению и профилю подготовки законодательно-нормативную и практическую базу. На вопросы отвечает кратко, аргументировано, уверенно, по существу.
16-25	Обучающийся показывает достаточный уровень компетентности, знания материалов занятий, учебной и методической литературы, законодательства и практики его применения. Уверенно и профессионально, грамотным языком, ясно, четко и понятно излагает состояние и суть вопроса. Знает нормативно-законодательную и практическую базу, но при ответе допускает несущественные погрешности. Обучающийся показывает достаточный уровень профессиональных знаний, свободно оперирует понятиями, методами оценки принятия решений, имеет представление: о междисциплинарных связях, увязывает знания, полученные при изучении различных дисциплин, умеет анализировать практические ситуации, но допускает некоторые погрешности. Ответ построен логично, материал излагается хорошим языком, привлекается информативный и иллюстрированный материал, но при ответе допускает некоторые погрешности. Вопросы не вызывают существенных затруднений.
6-15	Обучающийся показывает достаточные знания материалов занятий, но при ответе отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. На поставленные членами комиссии вопросы отвечает неуверенно, допускает погрешности. Обучающийся владеет практическими навыками, привлекает иллюстративный материал, но чувствует себя неуверенно при анализе междисциплинарных связей. В ответе не всегда присутствует логика, аргументы привлекаются недостаточно веские. На поставленные вопросы затрудняется с ответами, показывает недостаточно глубокие знания.
0-5	Обучающийся показывает слабые знания материалов занятий, учебной литературы, законодательства и практики его применения, низкий уровень компетентности, неуверенное изложение вопроса. Обучающийся показывает слабый уровень профессиональных знаний, затрудняется при анализе практических ситуаций. Не может привести примеры из реальной практики. Неуверенно и логически непоследовательно излагает материал. Неправильно отвечает на вопросы или затрудняется с ответом.

Шкала перевода из многобалльной системы в традиционную:

- обучающемуся выставляется оценка «неудовлетворительно», если обучающийся набрал менее 50 баллов,

- оценка «удовлетворительно» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 50 до 65 баллов;

- обучающемуся выставляется оценка «хорошо», если обучающийся набрал от 66 до 75 баллов;

- оценка «отлично» выставляется при условии, если обучающийся набрал от 76 до 100 баллов.

Отлично/зачтено выставляется при условии выполнения всех требований, а также при обязательном проявлении творческого отношения к предмету, умении находить оригинальные, не содержащиеся в учебниках ответы, умении работать с источниками, которые содержатся дополнительной литературе к курсу, умении соединять знания, полученные в данном курсе со знаниями других дисциплин.

Хорошо/зачтено выставляется при условии выполнения практически всех требований, а также при обязательном проявлении творческого отношения к предмету, умении работать с источниками, которые содержатся дополнительной литературе к курсу, умении соединять знания, полученные в данном курсе со знаниями других дисциплин.

Удовлетворительно/зачтено выставляется при условии выполнения не менее 50% всех требований, умении работать с источниками, которые содержатся дополнительной литературе к курсу.

Неудовлетворительно/ не зачтено выставляется при условии выполнения менее 50% всех требований.

4.4. Методические материалы

Устный опрос является одним из основных способов проверки усвоения знаний обучающимися. Развернутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на определенную тему, показывать его умение применять определения, правила в конкретных случаях. Основные критерии оценки устного ответа: правильность ответа по содержанию; полнота и глубина ответа; логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией); использование дополнительного материала.

Процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций проводятся в соответствии с Уставом Академии (утв. Постановлением Правительства Российской Федерации от 12.05.2012 г. N 473), Положением о текущем контроле успеваемости обучающихся и промежуточной аттестации обучающихся в РАНХиГС (утв. Приказом ректора от 30.01.2018 г. № 02-66), Порядке организации и проведения практики обучающихся, осваивающих образовательные программы высшего образования (утв. Приказом ректора от 22.01.2018 г. №02-28).

5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Методические рекомендации по освоению лекционного материала

Лекция является для обучающегося важной формой теоретического освоения конкретной темы или вопроса дисциплины. На лекциях обучающиеся даются определения математических понятий, их свойства, формулировки и, при необходимости, доказательства основных теорем. Для лучшего усвоения математические понятия и утверждения иллюстрируются примерами. по конкретным темам изучаемой дисциплины, во многом дополняющие учебники и учебные пособия, а иногда даже их заменяющие.

Важной составляющей лекций является изложение методов решения математических задач и примеры их использования. Усвоение этих методов является необходимым этапом подготовки к практическим занятиям. При непонятности отдельных положений лекций следует воспользоваться предложениями лектора задать вопросы.

Прослушивание и запись лекции можно производить при помощи современных устройств (диктофон, ноутбук, смартфон и т.п.). Для удобства восприятия и конспектирования излагаемого материала каждая лекция сопровождается электронной презентацией, содержащей всю необходимую для его понимания информацию. Студенты имеют возможность сфотографировать слайды презентации.

При проработке лекционного материала следует иметь в виду, что в лекциях раскрываются наиболее значимые положения и утверждения дисциплины, комплексное формирование необходимых компетенций происходит в ходе практических занятий и самостоятельной работы над учебным материалом.

Методические указания по подготовке к практическим занятиям

Для успешного усвоения дисциплины обучающийся должен систематически готовиться к практическим занятиям. Для этого необходимо:

1. Познакомиться с планом занятия;
2. Изучить соответствующие вопросы в конспекте лекций;
3. Решить задачи, вынесенные на практические занятия е;
4. Систематически выполнять задания, предлагаемые для выполнения во внеаудиторное время.

В ходе семинарских занятий студенты под руководством преподавателя решают предусмотренные планом занятия задачи и отвечают другим студентам на возникшие у них вопросы. Продолжительность подготовки к семинарскому занятию должна составлять не менее того объема, что определено тематическим планированием в рабочей программе.

Подготовка к семинарским занятиям должна носить систематический характер. Это позволит обучающемуся в полном объеме выполнить все требования программы. Для получения более глубоких знаний обучающимся рекомендуется изучать как основную , так и дополнительную литературу, а также знакомиться с источниками в Интернет (список приведен в рабочей программе по дисциплине).

Методические указания по выполнению контрольного домашнего задания

Контрольное домашнее задание является самостоятельной практической работой студента, призванной определить степень освоения им знаний и навыков, полученных им в процессе изучения дисциплины.

Контрольное домашнее задание состоит из 6 задач.

По выданному преподавателем номеру варианта задания с помощью таблицы вариантов, приведенной на следующей странице, определяются номера вариантов входящих в задание задач.

Пример титульного листа задания приведен в приложении. Каждая задача выполняется на отдельном листе формата А4, которые скрепляются скрепкой или помещаются в файл. Если при проверке задачи преподавателем обнаружены ошибки, то они исправляются на том же или следующем листе. Заново переписывать задачу не надо.

Контрольное домашнее задание оценивается «зачтено» или «незачтено» с соответствующим количеством баллов Зачет по заданию ставится при условии безошибочного решения всех задач.

Каждая из 6 задач оценивается соответствующим количеством баллов:

4 балла за верное решение задачи в срок не более чем с одним исправлением;

3 балла за верное решение задачи в срок с двумя и более исправлениями;

2 балла за верное решение задачи не более чем с одним исправлением после срока,

1 балл за верное решение задачи с двумя и более исправлениями после срока.

Срок сдачи задания

Задачи 1-3 – 9 неделя.

Задачи 4-6 –15 неделя.

Сроки зачета заданий (с учетом исправления ошибок) – 10 и 16 неделя.

Допускается и рекомендуется сдача задания по частям.

Методические указания по организации самостоятельной работы обучающихся:

Наряду с прослушиванием лекций и участием в обсуждении проблем на практических занятиях, учебный план предусматривает затрату обучающимися, как правило, большего числа часов для самостоятельной работы.

Эта работа складывается из изучения литературы, в том числе в связи с подготовкой к практическим занятиям, выполнения других заданий преподавателя.

Основным элементом этой работы является изучение основных разделов дисциплины, содержащейся в программе по этой дисциплине, с использованием записей лекций преподавателя, ведущего курс, и рекомендуемой программой (а в ряде случаев и дополнительно преподавателем) литературы – учебников и учебных пособий, монографий и статей по отдельным проблемам данной науки.

Приступая к изучению той или иной темы, выделяемой по предметно-систематизированному принципу, нужно по отдельности и последовательно рассмотреть каждую из частей, из которых состоит тема. При изучении курса, обучающиеся должны уметь пользоваться и научной литературой для самостоятельной подготовки к занятиям. Обучающиеся также должны научиться, используя различные научные источники, грамотно сформировать и подготовить свое научно обоснованное и логически непротиворечивое выступление на практическом занятии, анализировать конкретные факты общественной жизни, осуществлять прогноз относительно возможного направления анализа экономических процессов, формулировать и обосновывать свое мнение.

Без ясного понимания основных понятий образовательный процесс усложняется. Для повышения эффективности обучения необходимо использовать существующие терминологические справочники и толковые словари.

Вопросы для самостоятельного изучения:

1. Вычисление обратной матрицы методом Гаусса.
2. Системы линейных однородных уравнений; свойства, фундаментальное решение.
3. Общее решение системы линейных алгебраических уравнений; свободные неизвестные, базисные решения.
4. Базис линейного пространства. Размерность линейного пространства.
5. Преобразование координат при переходе к новому базису
6. Скалярное произведение векторов. Угол между векторами.
7. Ортонормированный базис. Евклидово пространство.
8. Производная функции и дифференциал.
9. Основные правила дифференцирования.
10. Производная сложной и обратной функций.
11. Производные неявной и параметрически заданной функции.

6. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", включая перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Основная литература

1. Высшая математика для экономического бакалавриата: учебник и практикум/под. редакцией Н.Ш. Кремера. – 5 –е изд., перераб. и доп. – М.: Юрайт, 2014.- 909с.

2. Кремер Н.Ш.. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: ЮНИТИ, 2010.

3. Чирский В.Г., Шилин К.Ю., Математический анализ и инструментальные методы решения задач, кн. 1,2. – Москва: Издательский дом «Дело» РАНХиГС, 2019.

4. Шипачев, В. С. Высшая математика : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета. М. : Издательство Юрайт, 2019. - режим доступа: https://www.biblio-online.ru/book/vysshaya-matematika-425158

6.2. Дополнительная литература

1. Высшая математика для экономистов: учебник. – М.: Юнити-Дана, 2012.

2. Общий курс высшей математики для экономистов: Учебник / Под ред. В.И. Ермакова. М.:ИНФРА-М, 2003.

3. Теория вероятностей и математическая статистика. В.Е. Гмурман. – М., 2014.

4. Учебно-методическое пособие по математике. Математическая логика. Дискретная математика. Линейная алгебра / Под ред. А.Н. Данчула. М.: Изд-во РАГС, 2004.

6.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы

1. Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д. и др. Сборник задач по математическому анализу: Учебное пособие. В 3 т. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2011.

2. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. В.Е. Гмурман. – М., 2013.

3. Шагин В. Л., Соколов А. В. Математический анализ. Базовые понятия: учебное пособие для прикладного бакалавриата. М. : Издательство Юрайт, 2019

6.4. Интернет-ресурсы, справочные системы

1. http://www.mathelp.spb.ru/ma.htm Высшая математика
2. http://window.edu.ru/library?p_rubr=2.1 Единое окно доступа к образовательным ресурсам
3. http://www.i-exam.ru/ Единый портал интернет-тестирования в сфере образования

1. http://ecsocman.hse.ru/net/16000049/ – Федеральный образовательный портал ЭСМ (экономика, социология, менеджмент)
2. http://www.nlr.ru/ – Российская национальная библиотека
3. https://нэб.рф/ – Национальная электронная библиотека

6.5. Нормативные правовые документы

1. Федеральный закон «Об информации, информационных технологиях и о защите информации» (принят Государственной Думой 8.07.2006) № 149-ФЗ// «Российская газета» от 29.07.2006, № 165.

2. Распоряжение правительства России от 24 декабря 2013 года № 2506-р о концепции развития математического образования в Российской Федерации. //»Собрание законодательства РФ, 13.01.2014, № 2 (часть I) ст. 148.

3. Об образовании в Российской Федерации: Федеральный закон от 29.12.2012 №273-ФЗ (с последующими изменениями и дополнениями).

6.6. Иные источники

1. Основы математического анализа. Г.М. Фихтенгольц. Т.1.-Лань.-Спб.-2008.-461с.,Т.2.-Лань 2015.-Спб.-448с.

2. Сборник задач и упражнений по математическому анализу.. Б.П.Демидович.-Астрель.-М.:2003.-559 с.

3. Математика. Интерактивный обучающий курс - http://math.immf.ru/

7. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Для обеспечения студентов по дисциплине Академия располагает следующей материально-технической базой:

- лекционными аудиториями, оборудованными видеопроекционным оборудованием для презентаций в среде Power Point и экраном, средствами звукоусиления;
- аудиториями для проведения практических занятий, оборудованными видеопроекционным оборудованием для презентаций, и имеющие выход в сеть Интернет.

Для проведения занятий по дисциплине необходимо следующее материально-техническое обеспечение:

- лекционные аудитории, оборудованные видеопроекционным оборудованием для презентаций в среде Power Point и экраном, средствами звукоусиления;
- учебные аудитории для проведения практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации,
- для самостоятельной работы: читальные залы библиотеки.

Информационные справочные системы: Научная библиотека РАНХиГС. URL: http://lib.ranepa.ru/; Научная электронная библиотека eLibrary.ru. URL: http://elibrary.ru/defaultx.asp; Национальная электронная библиотека. URL: www.nns.ru; Российская государственная библиотека. URL: www.rsl.ru; Российская национальная библиотека. URL: www.nnir.ru; Электронная библиотека Grebennikon. URL: http://grebennikon.ru/; Электронно-библиотечная система Издательства «Лань». URL: http://e.lanbook.com; Электронно-библиотечная система ЮРАЙТ. URL: http://www.biblio-online.ru/.