Приложение 4
к образовательной программе

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.01.02.02 Основы высшей математики
(индекс, наименование дисциплины в соответствии с учебным планом)

38.03.02 Менеджмент
(код, наименование направления подготовки)

Проектный менеджмент
(наименование образовательной программы)

Очная форма обучения
(форма обучения)

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 7EA87949AEF3929182CB76EC6B77ADA6
Владелец: Арсенян Арташес Завенович
Действителен: с 03.02.2026 до 29.04.2027

Год набора – 2026

Красногорск

Автор(ы)-составитель(и) РПД:

Бутузова Лариса Леонидовна,к.э.н. доцент, заведующий кафедрой социально-экономических дисциплин, математики и информатики факультета Экономики и менеджмента, Московский областной филиал.

Заведующий кафедрой:

Бутузова Лариса Леонидовна,к.э.н. доцент, заведующий кафедрой социально-экономических дисциплин, математики и информатики факультета Экономики и менеджмента, Московский областной филиал.

Рабочая программа дисциплиныБ1.О.01.02.02«Основы высшей математики» одобрена на заседании кафедры социально-экономических дисциплин, математики и информатики факультета Экономики и менеджмента, Московский областной филиал.

протокол № 8 от «15» апреля2026 г.

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы 4
2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы 5
3. Содержание и структура дисциплины (модуля) 6
4. Типы оценочных материалов, показатели и критерии оценивания 8
5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам 13
6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине 23
7. Методические материалы по освоению дисциплины (модуля) 37
8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет 39
9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы 40

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине, соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Дисциплина Б1.О.01.02.02«Основы высшей математики» обеспечивает формирование у обучающихся следующих профессиональных компетенций:

ОТФ/ ТФ и реквизиты ПС*(при наличии)*	**Код компетенции**	**Наименованиекомпетенции**	**Код индикатора достижения компетенций**	**Наименование индикатора достижения компетенций**	**Образовательный результат**
	УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1	Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие	***УК-1.1 З-1. Знает*** базовые принципы и структуру системного анализа
					УК-1.1 З-2. Знает основные методы критического анализа и основы системного подхода как общенаучного метода
					УК-1.1 У-1.Умеетанализировать задачу, используя основы критического анализа и системного подхода
					УК-1.1 У-2.Умеет осуществлять декомпозицию задачи
			УК-1.2	Осуществляет поиск, интерпретацию и ранжирование необходимой информации, опираясь на результаты анализа поставленной задачи	***УК-1.2 З-1. Знает*** закономерности развития природы, общества и мышления, ключевые философские направления, основные концепции и категории, а также их исторический и культурный контекст.
					УК-1.2 В-1.Владеетобщефилософскими методами анализа информации, идей, убеждений, социальных явлений и процессов, осуществляет их критическую оценку.
					УК-1.2 И-1. Использует методы логики для решения поставленных профессиональных задач и выработки целостного взгляда на

					проблемы человека и общества, опираясь на знания философии и других гуманитарных и социальных наук
			УК-1.3	Выбирает оптимальный вариант решения задачи, аргументируя свой выбор	***УК-1.3 З-1.Знает***основы дифференциального и интегрального исчислений, векторной и линейной алгебры
					УК-1.3 З-2.ЗнаетОсновы линейного программирования
					УК-1.3 У-1.Умеет решать основные задачи дифференциального и интегрального исчислений, системы линейных уравнений
					УК-1.3 У-2.Умеет решать задачи линейного программирования симплекс-методом

2. Объем и место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Общий объем дисциплины:

3,00 з.е., 108ак.час

Количество академических часов, выделенных на контактную работу с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

- очная форма обучения: лекции - 14а.ч., практические занятия - 24а.ч., самостоятельная работа - 61 а. ч., контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий - 9а.ч..

Дисциплина «*Основы высшей математики*» *(Б1.О.01.02.02)* относится к дисциплинам обязательной части. Изучается в 1 семестре на 1-м курсе очной формы обучения.

Для освоения дисциплины «*Основы высшей математики»* обучающиеся используют знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, сформированные в предшествующие периоды обучения в школе или колледже.

3. Содержание и структура дисциплины (модуля)

3.1. Структура дисциплины (модуля)
Очная форма обучения

№ п/п	Наименование тем и (или) разделов		Объемдисциплины, ак.час												Форма текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации
		ВСЕГО	Контактная работа обучающихся с преподавателем по видам учебных занятий									Самостоятельнаяработа			
			Периодтеоретическогообучения						Периодпромежуточнойаттестации (сессия)						
			Занятия лекционного типа		Занятия семинарского типа		ИК	КСР	КЭ	Кат тэк	Контроль	СРкр	СРэк	СР	
			Л	ВЛ	ЛР	ПЗ									
Тема 1.	Векторы и операции над ними	16	2			4								10	Опрос, задание
Тема 2.	Матрицы и определители	16	2			4								10	Опрос, практико-ориентированноезадание
Тема 3.	Системы линейных уравнений и ранг матрицы	16	2			4								10	Тестирование,контрольнаяработа
Тема 4.	Понятиефункции. Предел, непрерывность	18	3			4								11	Тестирование, практико-ориентированноезадание

Тема 5.	Производная и дифференциалфункции	17	3			4							10	Опрос, контрольная работа
Тема 6.	Функциинесколькихпеременных	16	2			4							10	Практико-ориентированноезадание
Промежуточная аттестация		9								9				Зачет с оценкой
Итого		**108**	**14**			**24**				**9**			**61**	

Используемые сокращения:

Л – лекции - занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации обучающимся педагогическими работниками организации и (или) лицами, привлекаемыми организацией к реализации образовательных программ на иных условиях,).

ВЛ – видео лекции.

ЛР – лабораторные работы.

ПЗ – практические занятия (за исключением лабораторных работ).

ИК – индивидуальные консультации.

КСР – контроль самостоятельной работы

КЭ – консультации перед экзаменом

Каттэк – контактная работа на аттестацию в период экзаменационных сессий

СРкр – самостоятельная работа на подготовку курсовой работы/ курсового проекта.

СРэк – самостоятельная работа на подготовку к экзамену.

СР – самостоятельная работа в семестре на подготовку к учебным занятиям.

3.2. Содержание дисциплины

Тема 1. Векторы и операции над ними.

Двумерное, трёхмерное, многомерное пространство. Линейные операции над векторами. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов.

Тема 2. Матрицы и определители.

Матрицы и операции над ними. Определители и их свойства. Обратная матрица.

Тема 3. Системы линейных уравнений и ранг матрицы.

Формулы Крамера. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Ранг матрицыи условие разрешимости системы.

Тема 4. Понятие функции. Предел, непрерывность.

Функции, область определения, свойства и графики основных элементарных функций. Предел. Арифметические свойства предела. Непрерывность функции, классификация точек разрыва.

Тема 5. Производная и дифференциал функции.

Производная, её вычисление. Предельные величины. Таблица производных основных элементарных функций. Производная суммы, разности, произведения, частного. Производная сложной, функции. Производные высших порядков. Исследование свойств (монотонность, точки экстремума, выпуклость) и построение графиков функций. Эластичность функции.

Тема 6. Функции нескольких переменных.

Частные производные. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Экстремумы функций нескольких переменных. Задачи оптимизации. Условный экстремум.

4. Типы оценочных материалов, показатели и критериоценивания

4.1. Оценочные материалы по дисциплине Б1.О.01.02.02Основы высшей математикивходят в состав оценочных материалов по образовательной программе. Совокупность оценочных материалов по всем дисциплинам (модулям) образовательной программы составляют фонд оценочных средств (далее – ФОС). ФОС используется при проведении текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с целью оценивания достижения обучающимися планируемых результатов обучения.

4.2. ФОС разработан как комплекс проверочных заданий различного типа и уровня сложности, включает критерии и шкалы оценивания, а также «ключи» правильных ответов. ФОС формируется как отдельный документ и хранится в электронном виде, доступ к ФОС предоставлен ограниченному кругу лиц.

4.3. Для самостоятельной работы обучающихся при подготовке к текущемуконтролю успеваемости и промежуточной аттестации в рабочих программах дисциплинразмещены типовые проверочные задания, которые можно условно разделить на заданиязакрытого, комбинированного и открытого типов.

Задания закрытого типа — это тестовые задания, в которых каждый вопроссопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбрать одинили несколько правильных.

Задания комбинированного типа – это тестовые задания, в которых каждыйвопрос сопровождается готовыми вариантами ответов, из которых необходимо выбратьодин или

несколько правильных и обосновать свой выбор.

Задания открытого типа — это задания, в которых на каждый вопрос должен бытьпредложен развернутый обоснованный ответ.

В зависимости от типа задания рекомендованы определенная последовательностьвыполнения и система оценивания выполнения заданий.

4.4. Типы заданий, сценарии выполнения, критерии оценивания

ТИП ЗАДАНИЯ	ИНСТРУКЦИЯ	СЦЕНАРИИ ВЫПОЛНЕНИЯ	КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ
Задание закрытого типа с выбором одного правильного ответа из нескольких вариантов предложенных	Прочитайте текст, выберите правильный ответ	1.Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Выбрать один верный ответ. 4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа (например, 3 или В).	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква
Задание закрытого типа на установление соответствия	Прочитайте текст и установите соответствие	1.Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидаются пары элементов. 2. Внимательно прочитать оба списка: список 1 – вопросы, утверждения, факты, понятия и т.д.; список 2 – утверждения, свойства объектов и т.д. 3. Сопоставить элементы списка 1 с элементами списка 2, сформировать пары элементов. 4. Записать попарно буквы и цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа (например, А1 или Б4).	Ответ считается верным, если правильно указаны цифры или буквы
Задание закрытого типа с выбором нескольких правильных ответов из нескольких вариантов	Прочитайте текст, выберите правильные ответы	1.Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается несколько правильных ответов из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные вариант-	Ответ считается верным, если правильно установлены все соответствия (позиции из одного столбца верно сопоставлены с

предложенных		ты ответа. 3. Выбрать несколько правильных ответов. 4. Записать только номера (или буквы) выбранного варианта ответа (например, 1 4 или А Г).	позициями другого)
Задание закрытого типа на установление последовательности	Прочитайте текст и установите последовательность	1. Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается последовательность элементов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Построить верную последовательность из предложенных элементов. 4. Записать буквы/цифры (в зависимости от задания) вариантов ответа в нужной последовательности (например, БВА или 135).	Ответ считается верным, если правильно указана вся последовательность цифр
Задание комбинированного типа с выбором одного правильного ответа из предложенных и обоснованием выбора	Прочитайте текст, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа	1.Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов. 2. Внимательно прочитать предложенные варианты ответа. 3. Выбрать один верный ответ. 4. Записать только номер (или букву) выбранного варианта ответа. 5. Записать аргументы, обосновывающие выбор от-	Ответ считается верным, если правильно указана цифра или буква и приведены корректные аргументы, используемые при выборе ответа

		вета (например, 4 текст обоснования).	
Задание открытого типа с развернутым ответом	Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ	1. Внимательно прочитать текст задания и понять суть вопроса. 2.Продумать логику и полноту ответа. 3.Записать ответ, используя четкие компактные формулировки. 4.В случае расчетной задачи, записать решение и ответ	Ответ считается верным: 1. Отсутствие фактических ошибок. 2. Раскрытие объема используемых понятий (полнота ответа). 3.Обоснованность ответа (наличие аргументов). 4. Логическая последовательность излагаемого материала.

4.5. Общая шкала оценивания результатов текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся с применением БРС

Итоговая балльная оценка	**Традиционная система**	**Бинарная система**	**ECTS**	
			Для традиционной системы	**Для бинарной системы**
95-100	Отлично	Зачтено	A	P/ Passed
85-94			B	P/ Passed
75-84	Хорошо		C	P/ Passed
65-74			D	P/ Passed
55-64	Удовлетворительно		E	P/ Passed
0-54	Неудовлетворительно	Не зачтено	F	F/Failed

Соотношение баллов за текущий контроль успеваемости и промежуточную аттестацию, а также повторную промежуточную аттестацию:

Максимальная сумма баллов за текущий контроль успеваемости	Максимальная сумма баллов за промежуточную аттестацию	Максимальная итоговая балльная оценка	Максимальная сумма баллов за повторную промежуточную аттестацию
60 баллов	40 баллов	100 баллов	100 баллов

5. Формы аттестации, типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся, критерии и шкалы оценивания по контрольным точкам

5.1. В ходе реализации дисциплины Б1.О.01.02.02Основы высшей математикииспользуются следующие формы текущего контроля успеваемости обучающихся (в том числе, задания к контрольным точкам):

Опрос, тестирование, практико-ориентированное задание, контрольная работа.

5.2. Типовые оценочные материалы для текущего контроля успеваемости обучающихся (вне контрольных точек):

Тема 1. Векторы и операции над ними.УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

Вопросы для устного опроса:

1. Условие коллинеарности (параллельности) векторов.
2. Условие равенства векторов.
3. Условие перпендикулярности векторов.
4. Условие компланарности векторов.
5. Скалярное произведение векторов (определение и свойства).
6. Векторное произведение векторов (определение и свойства).
7. Смешанное произведение векторов (определение и свойства).
8. Приложения векторной алгебры.
9. Направляющие косинусы вектора в двумерном и трехмерном пространстве.
10. Векторное произведение векторов и его свойства.
11. Векторы, линейные операции над ними и их свойства.

12. Векторы, заданные своими координатами. Действия с ними.

Задания:

1. Найдите скалярное произведение векторов ***a=(3,1,-1), b=(5,-2,-4)***

2. Найдите смешанное произведение векторов ***a=(2; 8; -2) , b=(-4; 6; 5)*** и ***c=(0; -1; 2)***

3. Вычислите длину вектора ***AB***, если ***A(3,1,-1), B(5,-2,-4)***

4. Найдите смешанное произведение векторов ***a=(3,1,-1), b=(5,-2,-4), c= (0, 1, 0)***

5. Зная координаты векторов $\vec{a}=(2,3,-4);\ \vec{b}=(-1;2;1);\ \vec{c}=(3;0;2)$, найдите координаты векторов $\vec{a}+\vec{b}$ и $\vec{a}-\vec{c}$.

6. Составить уравнение прямой, проходящей через точку $M_0(-1;3)$перпендикулярно вектору $n=(2;\ -3)$.

7. Даны координаты точек A(2;4) и B(6;3) . Найдите координаты и длину вектора AB.

8. Изобразите радиус-векторами комплексные числа: $z_1=2+3i,\ z_2=-3+i,\ z_3=-4-4i,\ z_1=3-2i,$

9. Найдите скалярное произведение векторов ***a=(3,1,-1)*** и ***b=(5,-2,-4)***

10. Найдите линейную комбинацию векторов ***4b-3a+2c***, если ***a=(3,1,-1), b=(5,-2,-4), c=(2; -1; 3)***

Тема 2. Матрицы и определители. УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

Вопросы для устного опроса:

1. Матрицы и их виды. Действия над матрицами и их свойства.
2. Определители и их свойства. Разложение определителя по элементамстроки (столбца).
3. Обратная матрица, условия ее существования. Правила вычисления обратной матрицы.
4. Понятия базисного минора и ранга матрицы. Элементарные преобразования над строками (столбцами) матрицы. Теорема о ранге матрицы.

Практико-ориентированные задания

1. В течение года три раза в месяц на два склада поступают три вида товаров. Количество товаров, поступающих на первый склад при каждой доставке, приведены в столбцах матрицы:

$$A_1=\begin{pmatrix} m+n & 20 & 100 \\ 30 & 2n & 50 \\ 26 & 34 & 3m \end{pmatrix},$$

а на второй склад – в столбцах матрицы:

$$A_2=\begin{pmatrix} 110 & m+2n & 49 \\ n & 25 & 75 \\ 37 & 3n & 86 \end{pmatrix}.$$

Найдите:

а) суммарный завоз товаров на склады каждый месяц;

б) годовой завоз товаров на первый склад;

в) годовой завоз товаров на второй склад.

2. Найдите матрицу $D=(AB)^T - C^2$, если:

$$A = \begin{pmatrix} n-m & 3 & 2 \\ 1 & 0 & m \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & n \\ m & 5 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 2m & -1 \\ -n & 4 \end{pmatrix}.$$

3. Найдите матрицу B = 11 (A^{-1})+ A^T, где:

$$A = \begin{pmatrix} n & 2 & -3 \\ 1 & m & 7 \\ 0 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

4. Решитематричноеуравнение:

$$X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 3 & m+n & m-n \\ -n & -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 4 \\ -1 & 0 & n-m \end{pmatrix}.$$

5. Найдитерангматрицы:

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & m-n \\ 2m & 0 & 5 & -1 \\ 4 & 3n & 6 & m*n \end{pmatrix}.$$

6. Вычислите определители матриц:

$$A = \begin{pmatrix} 4 & n \\ -3m & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ m & -3 & n \\ 4 & -1 & -5 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 6 & 5 & n \\ -3 & 2 & 0 & -2 \\ m & 0 & 8 & m+n \\ 1 & 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

7. Решите систему линейных уравненийдвумя способами:
а) по формулам Крамера,
б) с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x - ny + z = 6 \\ x - my + z = 9 \\ 2mx - y + 3nz = 1 \end{cases}$$

8. Исследуйте на совместность, найдите общее решение и одно частное решение системы уравнений:

$$\begin{cases} x_1 + (m+n)x_2 + (-4n+m)x_3 + 3x_4 = 10 \\ 2x_1 + 2x_2 + mx_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + (-n+m)x_3 - x_4 = 2 \end{cases}$$

Тема 3. Системы линейных уравнений и ранг матрицы. УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

Тесты:
1. Решите систему линейных уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 5 \\ -4x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 3 \\ 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$$

В ответе укажите произведение найденных значений x_1, x_2, x_3.
А) -0,06
Б) 142,59
В) 0,10
Г) 644,52

2. Решите систему линейных уравнений с помощью обратной матрицы. В ответе укажите произведение корней $x_1 * x_2 * x_3$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 9 \\ x_1 - 4x_2 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

А) -3
Б) -12
В) 12
Г) 8

3. Решите систему линейных уравнений. В ответе укажите произведение корней $x_1 * x_2 * x_3$

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 5 \\ -4x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 3 \\ 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$$

А) 644,52
Б) 4367,41
В) 2,5
Г) 0,31

4. Решите систему линейных уравнений. В ответе укажите сумму корней $x_1+x_2+x_3$

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 3x_3 = 2 \\ 5x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 1 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

А) -6
Б) -10
В) 6
Г) 64

5. Решите систему линейных уравнений. В ответе укажите сумму корней $x_1+x_2+x_3$

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 4 \\ 3x_1 + 5x_2 - 3x_3 = -1 \\ -2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases}$$

А) -8,5
Б) -3
В) 2,5
Г) 5

Контрольная работа

1. Найти координаты вектора x=(4;11) в базисе e_1=(2;4), e_2=(1;4) пространства $\mathbb{R}^2$.
2. Даны векторы a=i+2j+k и b=(2;1;2). Найти 2a + 3b, a–3b и единичный вектор, перпендикулярный данным векторам.
3. С помощью векторного произведения вычислить площадь треугольника с вершинами в точках A(3;-1;0), B(–3;6;0), C(–1;–2;3).
4. Найти значение матричного многочлена f(A), если:

$$f(x)=x^3 - 4x^2 + x - 2,\ A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

5. Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

6. Решить систему уравнений двумя способами: а) методом обратной матрицы, б) методом Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 14 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 15 \\ 2x_1 + 4x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}$$

7. Решитьсистемууравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 20 \\ 3x_1 + 8x_2 - x_3 + 9x_4 = 28 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 = 10 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 3x_4 = -3 \end{cases}$$

Тема 4. Понятие функции. Предел, непрерывность.УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

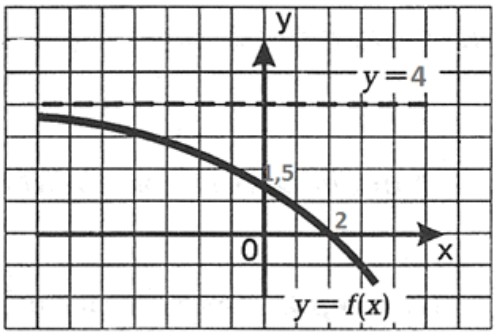
Тесты:

1. Вычислите предел по правилу Лопиталя:

$$\lim_{x\to 0} \frac{3^{2x} + 2\operatorname{arctg} x - 1}{3\arcsin x - 5x}$$

А) 1
Б) 0
В) -1
Г) 3

2.По графику функции найдите значение предела $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$



А) -∞
Б) 1,5
В) 2
Г) 4

3. По правилу Лопиталя найдите предел функции $\lim\limits_{x\to 0} \frac{4x^2}{x^2 - x}$

А) ∞
Б) 0
В) 1

Г) 4

Практико-ориентированные задания

1.Найтиобластьопределенияфункции.

2.Проверить, является ли функция четной или нечетной.

3.Проверить, является ли данная функция периодической.

4.Найти нули функции, т.е. решить уравнение $\boldsymbol{f(x)=0}$.

5.Определить, есть ли асимптоты у графика рассматриваемой функции (вертикальные, горизонтальные или наклонные).

6.Вычислить первую производную, найти стационарные точки, промежутки монотонности и исследовать точки, в которых производная не существует.

7.Вычислить вторую производную, исследовать функцию на выпуклость, найти точки перегиба.

8. Для первой функции: на миллиметровой бумаге построить график исследованной функции, выбрав масштаб длины отрезков осей декартовой системы координат из соображений адекватного построения графика. Проверить с помощью компьютерных программ построенный график.

Для второй функции: построить ее график с помощью компьютерных средств, распечатать полученный график вместе с управляющей строкой, необходимой для его построения. Рассмотреть функции:

$$y = 2x\cos 2x, \qquad y = x + 2 - \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$$

Тема 5. Производная и дифференциал функции.УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

Вопросы для устного опроса:

1. Производная и ее вычисление. Предельные величины.
2. Таблица производных основных элементарных функций.
3. Производная сложной функции.
4. Исследование свойств (монотонность, точки экстремума, выпуклость) и построение графиков функций.

Контрольная работа

1. Найдите пределы функций:

а) $\lim\limits_{x\to -2} \frac{2x^2+1}{x+1}$

б) $\lim\limits_{x\to 1} \frac{3x^4-4x^3+1}{(x-1)^2}$

в) $\lim\limits_{x\to 2} \frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{6-x}}{x^2-4}$

г) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{sinx^6}{sin^5 x}$

2. Исследуйте кусочно-непрерывную функцию на непрерывность, определите вид точек разрыва, сделайте чертеж.

$$y = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1}, & \text{если} x \neq 1 \\ 2, & \text{если} x = 1 \end{cases}$$

3. Зависимость между издержками производства y и объёмом выпускаемой продукции x выражается функцией

$$y = 10x - 0{,}02x^3$$

Определите средние и предельные издержки (на единицу продукции) при объеме продукции 7 ед.

4. Найдите производные функций:

а) $y = e^x \ln(\sin x)$

б) $y = \frac{x^3-1}{\sqrt{x}}$ в точке $x_0 = 1$

в) $\begin{cases} x = 3t - t^3 \\ y = 4\sin\frac{t}{2} \end{cases}$

г) $y = (\frac{1}{x^3} + e^{2xy})$

5. Найдите дифференциал *dy* и y'', если $y = (x^3 + 1)^2$

6. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции $y = \frac{4}{x^2} - 8x - 15$ на отрезке $[-2; -0{,}5]$.

Тема 6. Функции нескольких переменных.УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

Практико-ориентированное задание

В каждом варианте дана система двух уравнений с двумя неизвестными, например:

$$\begin{cases} tg(xy + 0{,}4) = x^2 \\ 0{,}6x^2 + 2y^2 = 1,\ x, y > 0 \end{cases}$$

1.Представьте каждоеиз данных в системе уравнений в виде $f(x, y) = 0$

2. Для функции $z = f(x, y)$найдите частные производные до 2-го порядка включительно, а также смешанную производную 2-го порядка.

3. Исследуйте функцию на экстремум.

4. Используя Excel, найдите решение системы нелинейных уравнений из двух данных функций. Для этого:

4.1. Перепишитеданную систему уравнений в Excel, используя «*вставка – уравнение*»

4.2. Преобразуйте систему уравнений к виду:

$$\begin{cases} y = q(x) \\ y = r(x) \end{cases}$$

и запишите систему в Excel.

4.3. Найдите графически все корни уравнения, с помощью «*вставка – диаграммы – точечная – точечная с гладкими кривыми*»

При необходимости измените масштаб координатных осей, удалите лишние данные. График должен быть наглядным.

4.4. Найдите решение системы уравнений с помощью «*Данные –Поиск решения*».

Критерии оценивания устных ответов в рамках текущего контроля

Критерии	Баллы
Ответ дан полностью, ответ верный, ответ дан с использованием действующих нормативных правовых актов, обучающийся точно использует экономическую терминологию, ответ изложен последовательно, ответ развёрнутый, аргументированный, сформированы умения квалифицированно толковать исходные экономические данные и полученные результаты и давать аргументированные заключения	1
Ответ дан полностью, ответ верный, ответ дан с использованием действующих нормативных правовых актов, обучающийся точно использует экономическую терминологию, но ответ содержит ошибки в расчетах, ответ односложный, сформированы умения квалифицированно толковать исходные экономические данные и полученные результаты и давать аргументированные заключения.	0,75
Ответ дан полностью, ответ верный, ответ дан с использованием действующих нормативных правовых актов, обучающийся точно использует экономическую терминологию, но ответ содержит ошибки в расчетах, ответ односложный, не достаточно сформированы умения квалифицированно толковать исходные экономические данные и полученные результаты и давать аргументированные заключения.	0,5
Ответ дан не полностью либо ответ частично верный, ответ дан с использованием действующих нормативных правовых актов, но обучающийся не совсем верно использует экономическую терминологию, ответ содержит ошибки в расчетах, ответ односложный, обучающийся испытывает трудности с выводами и дачей аргументированного заключения.	0,25
Ответ неверный либо ответ отсутствует, либо дан с использованием недействующих нормативных правовых актов, обучающийся не умеет использовать экономическую терминологию, делать необходимые расчеты и давать заключения.	0

Критерии оценивания решения контрольных работ в рамках текущего контроля

Критерии	Баллы
Ответ дан верный и полный, обоснование ответа, развернутое с использованием математического аппарата. Продемонстрировано хорошее знание базовой терминологии, умение оперировать теоретическими понятиями.	1
Ответ дан верный и полный, обоснование ответа со ссылкой на расчеты. Присутствует логика изложения, однако имеются небольшие неточности и погрешности в расчетах обосновании своих выводов	0,5
Ответ дан неверный, допущены ошибки в расчетах, выводы не сделаны	0

Критерии оценивания решения практико-ориентированных заданий в рамках текущего контроля

Критерии	Баллы
Ответ дан верный и полный, обоснование ответа, развернутое с использованием нормативных правовых актов. Продемонстрировано хорошее знание базовой терминологии, умение оперировать теоретическими понятиями.	1

Ответ дан верный и полный, обоснование ответа со ссылкой на нормы закона. Присутствует логика изложения, однако имеются небольшие неточности и погрешности в расчетах обосновании своих выводов	0,5
Ответ дан неверный, допущены ошибки в расчетах, выводы не сделаны	0

Критерии оценивания решения тестовых заданий в рамках текущего контроля

Критерии	Баллы
Выполнены тестовые задания творческого уровня в полном объеме (выбраны правильные ответы)	1
Выполнены тестовые задания среднего уровня в полном объеме (выбраны правильные ответы)	0,5
Выполнены тестовые задания легкого уровня в полном объеме (выбраны правильные ответы)	0,25

5.3. Один или несколько тематических блоков дисциплины завершаются контрольной точкой (далее – КТ). Текущий контроль успеваемости по дисциплине предусматривает не менее 2 (двух) и не более 10 (десяти) КТ в течение периода освоения дисциплины.

Максимальное количество баллов за любой тип работ в рамках КТ составляет 100 (сто) баллов.

Распределение весовых коэффициентов по КТ в рамках текущего контроля успеваемости по дисциплине и формулы расчета:

Наименование контрольной точки	Максимальное количество баллов за работу в рамках КТ, которое может набрать обучающийся	Коэффициент веса контрольной точки	Результат контрольной точки, участвующий в формировании итоговой балльной оценки по дисциплине (отражается в журнале БРС в СДО)
КТ 1	100	0,2	30
КТ 2	100	0,2	30
Итого:	х	0,6	60

Формула расчета результата контрольной точки:

Результат контрольной точки = Количество баллов за работу в рамках КТ Х Коэффициент веса контрольной точки.

5.4. Формы текущего контроля успеваемости обучающихся в рамках КТ и типовые оценочные материалы:

КТ – 1.
Тема 1. Тема 2. Тема 3.
Контрольные задания:

1. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах a=(1,-2,4), b=(-4,2,1)

А) 41,24
Б) 41,20

В) 20,62
Г) 19,60

2. Найдите угол между векторами a=(3,1,-1), b=(5,-2,-4)

3. Найдите направляющие косинусы вектора ***a = (-4; 6; 5)***

4.Найдите матрицу, обратную к данной: $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

5. Найдите векторное произведение векторов a=(3,1,-1), b=(5,-2,-4)

6. Исследуйте систему уравнений на совместность:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4 \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0 \\ -2x_1 - 2x_3 = 3 \end{cases}$$

7. Исследуйте систему уравнений. Найдите общее и одно частное решение.

$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ 6x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \\ 9x_1 + 12x_2 + 3x_3 + 10x_4 = 0 \end{cases}$$

8. Найдите обратную матрицу к матрице СЛАУ:

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 5 \\ -4x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 3 \\ 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$$

8. Задана матрица А. Найдите матрицы ***3A, -5A*** и транспонируйте их.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 7 \\ 4 & 9 & 0 \end{pmatrix}$$

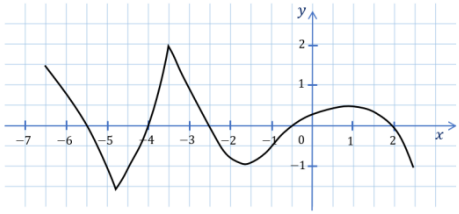
9. Найдите направляющие косинусы вектора ***c=a+3b***, если ***a=(3,1,-1), b=(5,-2,-4)***

10. Решить систему линейных уравнений матричным способом:

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 5 \\ -4x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 3 \\ 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$$

КТ – 2.
Тема 4. Тема 5. Тема 6.
Контрольные задания:

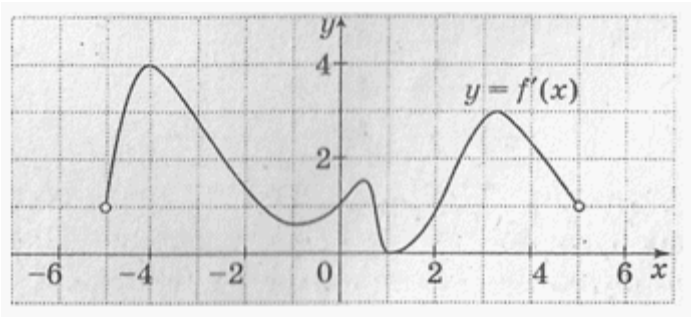
1. Функция задана графиком на промежутке $D = [-6,5;2,5]$. Укажите нули этой функции.



А) -6,5
Б) -5,5
В) -4
Г) -3,5
Д) -2,5
Е) -0,5
Ж) 2

З) 2,5

2. Функция определена на промежутке *[-5; 5]*. На рисунке изображен график производной функции *y = f'(x)*. Указать точку, в которой функция принимает наименьшее значение.



А) -5
Б) 5
В) 1
Г) 0

3. Найдите производную функции $y = e^{2x+1}$
А) e^{2x+1}
Б) $e^{2x+1} + e$
В) $2e^{2x+1}$
Г) $e^{2x+1} + 2e^{2x+1}$

4. Найдите производную функции $y = \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$ в точке графика с абсциссой *x = 1*.

Критерии оценивания контрольных заданий:

Диапазон баллов	Описание критерия
85-100	Обучающимся задание выполнено без ошибок и в полном объеме.
65-84	Обучающимся в целом задание выполнено, имеются отдельные неточности или недостаточно полные ответы, не содержащие ошибок.
55-64	Обучающимся допущены отдельные ошибки при выполнении задания
0-54	У обучающегося отсутствуют ответы на большинство вопросов задачи, задание не выполнено или выполнено не верно.

5.5. Описание дополнительных материалов и оборудования, необходимых для выполнения проверочных заданий (*при необходимости*).

Для решения контрольных заданий обучающемуся разрешается использование калькулятора.

6. Формы промежуточной аттестации, критерии и шкала оценивания, типовые оценочные материалы по дисциплине

6.1. Промежуточная аттестация (зачет с оценкой) проводится в письменной форме. Обучающийся получает экзаменационный билет с вариантами задач. Обучающийся получает чистые маркированные листы бумаги для записей решения задач, затем приступает к

решению. Необходимо дать ответ в письменном виде, подробно изложив ход решения, при необходимости завершить решение выводами.

6.2. Типовые оценочные материалы промежуточной аттестации

Типовые проверочные задания для самоподготовки обучающегося к промежуточной аттестации:

Тема 1. Векторы и операции над ними. УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

1. Задания открытого типа.
1.1. Вопросы открытого типа.

№ п.п.	Вопрос
1.	Векторы, линейные операции над ними и их свойства.
2.	Линейное (векторное) пространство, его базис и размерность. Координаты вектора в данном базисе. Переход к новому базису.
3.	Длина вектора. Угол между векторами.
4.	Угол между векторами.
5.	Проекция вектора на вектор.
6.	Координаты вектора, заданного точками.
7.	Скалярное произведение векторов.
8.	Векторное произведение двух векторов в пространстве $\boldsymbol{R^3}$.

1.2. Контрольные задания.

Задание 1.
Найти координаты вектора x=(4;11) в базисе e1=(2;4), e2=(1;4) пространства R^2.

Задание 2.
Даны векторы a=i+2j+k и b=(2;1;2). Найти 2a + 3b, a–3b и единичный вектор, перпендикулярный данным векторам.

Задание 3.
С помощью векторного произведения вычислить площадь треугольника с вершинами в точках A(3;-1;0), B(–3;6;0), C(–1;–2;3).

Задание 4.
На оси Oy найдите точку, равноудаленную от двух точек A(2;3;1) и B(-1;5;-2).

Задание 5.
Найдите длину вектора ***AB***, если ***A(3,1,-1), B(5,-2,-4)***

Задание 6.
Найдите скалярное произведение векторов a=(2,1,-1), b=(-2,0,-2)

2. Задания комбинированного типа.
2.1. Тестовые задания с обоснованием выбора.

№ п.п.	Содержание задания	Правильный ответ	Аргументы, обосновывающие выбор ответа
1.	Выберите правильный от-	A	Скалярное произведение векто-

	вет и обоснуйте его: Дан вектор a = (3; −4) и вектор b = (−1; 2). Чему равно скалярное произведение a · b? А) −11 Б) −5 В) 5 Г) 11		ров **a** = (a_x; a_y) и **b** = (b_x; b_y) вычисляется по формуле: **a**·**b**=a_x·b_x+a_y·b_y. Подставляем значения: **a**·**b**=3·(−1)+(−4)·2=−3−8=−11.
2.	Выберите правильный ответ и обоснуйте его: Какие из нижеприведённых пар векторов ортогональны? А) a = (2; 3), b = (−3; 2) Б) c = (1; −1), d = (1; 1) В) e = (4; 0), f = (0; −5)	АБВ	Векторы ортогональны, если их скалярное произведение равно нулю. А) a·b=2·(−3)+3·2=−6+6=0 → ортогональны. Б) c·d=1·1+(−1)·1=1−1=0 → ортогональны. В) e·f=4·0+0·(−5)=0+0=0 → ортогональны.

3. Задания закрытого типа.

3.1. Тестовые задания.

Тест 1.

Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.

Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.

Выбрать один верный ответ.

Записать только букву выбранного варианта ответа.

1. Вычислите площадь параллелограмма, построенного на векторах a=(1,-2,3), b=(-3,2,1)

А) 26,84

Б) 13,42

В) 13,4

Г) 26,8

2. Найдите косинус угла между векторами a=(3,1,-1), b=(5,-2,-4)

А) 0,717

Б) 0,760

В) 0,674

Г) 0,176

3. Вычислите площадь треугольника, построенного на векторах a=(3,1,-1), b=(5,-2,-4)

А) 4,717

Б) 9,069

В) 3,674

Г) 7,176

4. Выполняется ли условие коллинеарности векторов a=(1,-2,3) и b=(-3,2,1) ?

А) да
Б) нет

5. Как в пространстве располагаются данные векторы a=(1,-2,4) и b=(-4,2,1) ?
А) компланарны
Б) не компланарны
В) перпендикулярны
Г) не перпендикулярны

Тема 2. Матрицы и определители. УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

1. Задания открытого типа.
1.1. Вопросы открытого типа.

№ п.п.	Вопрос
1.	Матрицы и их виды. Действия над матрицами и их свойства.
2.	Определители и их свойства. Разложение определителя по элементамстроки (столбца).
3.	Обратная матрица, условия ее существования. Правила вычисления обратной матрицы.
4.	Понятия базисного минора и ранга матрицы. Элементарные преобразования над строками (столбцами) матрицы. Теорема о ранге матрицы.
5.	Матрицы и их виды. Действия над матрицами и их свойства.
6.	Определители и их свойства. Разложение определителя по элементамстроки (столбца).
7.	Обратная матрица, условия ее существования. Правила вычисления обратной матрицы.

1.2. Контрольные задания

Задание 1.
Найдите сумму матриц ***A+B***, если

$$A=\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 3 & -6 \\ -1 & 2 & 4 \end{pmatrix}; \quad B=\begin{pmatrix} 6 & -3 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \\ 3 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

Задание 2.
Найдите обратную матрицу к основной матрице системы:

$$\begin{cases} 2x_1+8x_2-2x_3=5 \\ -4x_1+6x_2+5x_3=3 \\ 5x_1+8x_2-3x_3=7 \end{cases}$$

Задание 3.
Вычислите определитель матрицы:

$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 5 \\ -4 & 4 & -1 \\ 12 & 1 & 10 \end{vmatrix}$$

Задание 4.

Найдите матрицу, обратную к данной:

$$A=\begin{pmatrix}3 & -4\\ 2 & 1\end{pmatrix}$$

2. Задания комбинированного типа.

2.1. Тестовые задания с обоснованием выбора.

№ п.п.	Содержание задания	Правильный ответ	Аргументы, обосновывающие выбор ответа
1.	Выберите правильный ответ и обоснуйте его: Чему равен определитель матрицы $D=\begin{pmatrix}3 & 1 & 2\\ 0 & 4 & 1\\ 1 & 0 & 3\end{pmatrix}$? А) 17 Б) 29 В) 31 Г) 35	Б	Используем разложение по первой строке: $\det D = 3\cdot\begin{vmatrix}4 & 1\\ 0 & 3\end{vmatrix} - 1\cdot\begin{vmatrix}0 & 1\\ 1 & 3\end{vmatrix} + 2\cdot\begin{vmatrix}0 & 4\\ 1 & 0\end{vmatrix}.$ Вычисляем миноры: • $\begin{vmatrix}4 & 1\\ 0 & 3\end{vmatrix} = 4\cdot 3 - 1\cdot 0 = 12;$ • $\begin{vmatrix}0 & 1\\ 1 & 3\end{vmatrix} = 0\cdot 3 - 1\cdot 1 = -1;$ • $\begin{vmatrix}0 & 4\\ 1 & 0\end{vmatrix} = 0\cdot 0 - 4\cdot 1 = -4.$ Подставляем: $\det D = 3\cdot 12 - 1\cdot(-1) + 2\cdot(-4) = 36 + 1 - 8 = 29.$
2	Выберите правильный ответ и обоснуйте его: Какое утверждение о произведении матриц является верным? А) Произведение матриц всегда коммутативно (AB = BA) Б) Если произведение AB существует, то обязательно существует и BA В) Произведение квадратных матриц одного порядка всегда существует Г) Произведение матриц возможно только если количество строк первой матрицы равно количеству столбцов второй	в	Произведение матриц не коммутативно в общем случае (AB ≠ BA) Существование AB не гарантирует существование BA Для квадратных матриц одного порядка произведение всегда определено Правило умножения матриц требует, чтобы количество столбцов первой матрицы равнялось количеству строк второй

3. Задания закрытого типа.

3.1. Тестовые задания.

Тест 1.

Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.

Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.

Выбрать один верный ответ.

Записать только букву выбранного варианта ответа.

1. Какое из следующих утверждений о свойствах определителей является верным?

А) При перестановке двух строк определитель не меняет знак

Б) Определитель равен нулю, если элементы двух строк пропорциональны

В) Определитель не изменится, если к элементам строки прибавить элементы другой строки без умножения на число

Г) Транспонирование матрицы меняет значение определителя

2. Какая матрица может иметь обратную?

А) Любая квадратная матрица

Б) Только невырожденная квадратная матрица

В) Прямоугольная матрица

Г) Матрица с нулевым определителем

3. Что происходит со значением определителя при транспонировании матрицы?

А) Меняет знак на противоположный

Б) Увеличивается в два раза

В) Не изменяется

Г) Уменьшается в два раза

4. Какое условие необходимо и достаточно для существования обратной матрицы?

А) Матрица должна быть прямоугольной

Б) Определитель матрицы должен быть равен нулю

В) Матрица должна быть квадратной и её определитель не должен равняться нулю

Г) Все элементы матрицы должны быть положительными

Тема 3. Системы линейных уравнений и ранг матрицы. УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

1. Задания открытого типа.

1.1. Вопросы открытого типа.

№ п.п.	Вопрос
1.	Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Основные определения.
2.	Решение СЛАУ с помощью обратной матрицы.
3.	Метод Крамера решения СЛАУ.
4.	Метод Гаусса решения СЛАУ.
5.	Общее решение СЛАУ.

6.	Однородные СЛАУ и методы их решения.

1.2. Контрольные задания

Задание 1.
Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 5 \\ -4x_1 - 6x_2 + 5x_3 = 3 \\ 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$$

Задание 2.
Совместна ли СЛАУ?

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 5 \\ -4x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 3 \\ 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$$

Задание 3.
Найдите союзную матрицу к матрице СЛАУ:

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 5 \\ -4x_1 - 6x_2 - 5x_3 = 3 \\ 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$$

2. Задания комбинированного типа.
2.1. Тестовые задания с обоснованием выбора.

№ п.п.	Содержание задания	Правильный ответ	Аргументы, обосновывающие выбор ответа
1.	Выберите правильный ответ и обоснуйте его: Решите систему уравнений методом подстановки: $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$ А) x=2, y=3 Б) x=3, y=2 В) x=1, y=4 Г) x=4, y=1	А	Из первого уравнения: y=5−x. Подставляем во второе: 2x−(5−x)=1⇒2x−5+x=1⇒3x=6⇒x=2. Находим y: y=5−2=3.
2.	Выберите правильный ответ и обоснуйте его: Вычислите определитель матрицы: $\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{vmatrix}$ А) 10 Б) 12 В) 14 Г) 16	А	определитель равен ad−bc. Подставляем значения: 3·4−1·2=12−2=10.

3. Задания закрытого типа.
3.1. Тестовые задания.

Тест 1.

Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.

Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.

Выбрать один верный ответ.

Записать только букву выбранного варианта ответа.

1. Найдите ранг матрицы системы уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 5 \\ -4x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 3 \\ 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$$

А) 1

Б) 2

В) 3

2. Найдите ранг матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 & 7 & 11 \\ 1 & 2 & 4 & 7 \\ 5 & 0 & 10 & 5 \end{pmatrix}$$

А) 1

Б) 2

В) 3

Г) 4

3. Решите систему линейных уравнений. В ответе укажите произведение корней $x_1 * x_2 * x_3$

$$\begin{cases} 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 = 5 \\ -4x_1 + 6x_2 + 5x_3 = 3 \\ 5x_1 + 8x_2 - 3x_3 = 7 \end{cases}$$

А) 644,52

Б) 4367,41

В) 2,5

Г) 0,31

4. Система линейных уравнений имеет единственное решение, если:

А) ранг основной матрицы меньше ранга расширенной

Б) ранг основной матрицы равен рангу расширенной и равен числу неизвестных

В) ранг основной матрицы больше ранга расширенной

Г) ранг основной матрицы равен нулю

Тема 4. Понятие функции. Предел, непрерывность. УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

1. Задания открытого типа.

1.1. Вопросы открытого типа.

№ п.п.	Вопрос
1.	Функции, область определения, свойства и графики основных элементарных

	функций.
2.	Предел, арифметические свойства предела. Раскрытие неопределенностей при вычислении пределов.
3.	Непрерывность функции, классификация точек разрыва.
4.	Функции, область определения, свойства и графики основных элементарных функций.

1.2. Контрольные задания

Задание 1.
Найдите предел функции:
$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{2x+3}-\sqrt{2x-7}\right)$

Задание 2
Найдите предел функции:
$\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt{2x+3}-\sqrt{2x-7}\right)$

2. Задания комбинированного типа.
2.1. Тестовые задания с обоснованием выбора.

№ п.п.	Содержание задания	Правильный ответ	Аргументы, обосновывающие выбор ответа
1.	Выберите правильный ответ и обоснуйте его: Какая из функций **не является** элементарной? А) $y=\sin x$ Б) $y=\lvert x\rvert$ В) $y=\begin{cases}x^2, x\geq 0\\ -x. x<0\end{cases}$ Г) $y=e^x$	В	Элементарные функции — это функции, которые можно получить из основных (степенной, показательной, логарифмической, тригонометрических и обратных к ним) с помощью конечного числа арифметических действий и композиций. А) sinx — основная тригонометрическая функция → элементарная. Б) |x| — может быть выражена через арифметические операции → элементарная. В) задана кусочно, не выражается единой формулой через основные элементарные → не элементарная. Г) e^x — основная показательная функция → элементарная.
2.	Выберите правильный ответ и обоснуйте его: Функция $f(x)=1/(x-3)1$ в точке $x=3$ имеет: А) устранимый разрыв Б) разрыв II рода (бесконечный) В) разрыв I рода	б	При $x\to 3-$: $f(x)\to-\infty$. При $x\to 3+$: $f(x)\to+\infty$. Пределы бесконечны → разрыв **II рода** (бесконечный). Скачка (разрыв I рода) нет, так как пределы не конечны. Устранить разрыв невозможно — функция не имеет конечного предела.

	(скачок) Г) функция непрерывна		

3. Задания закрытого типа.

3.1. Тестовые задания.

Тест 1.

Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.

Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.

Выбрать один верный ответ.

Записать только букву выбранного варианта ответа.

Задание 1

Область определения функции $y = \sqrt{4 - x^2}$ — это:

А) $(-\infty;+\infty)$

Б) $[-2;2]$

В) $(-2;2)$

Г) $[0;+\infty)$

Задание 2

Если $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 5$ и $\lim\limits_{x \to a} g(x) = -2$, то

$\lim\limits_{x \to a}(3f(x) - g(x)) =$

А) 13

Б) 17

В) 7

Г) −1

Задание 3

Функция $f(x)$ непрерывна в точке $x=a$, если:

А) существует $\lim\limits_{x \to a} f(x)$

Б) существует $f(a)$

В) существуют $\lim\limits_{x \to a^-} f(x)$ и $\lim\limits_{x \to a^+} f(x)$

Г) $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

Задание 4

Какой из графиков соответствует функции $y=\ln x$?

А) парабола

Б) гипербола

В) возрастающая кривая, проходящая через (1;0)

Г) синусоида

Тема 5. Производная и дифференциал функции. УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

1. Задания открытого типа.

1.1. Вопросы открытого типа.

№ п.п.	Вопрос
1.	Производная сумма, разности, произведения и частного.
2.	Производные высших порядков.
3.	Эластичность функции.
4.	Что такое частные производные функции двух переменных? Как они вычисляются и каков их геометрический смысл?

1.2. Контрольные задания

Задание 1.

Найдите производную функции $y = \frac{x^2+x+1}{x^2+1}$ в точке графика с абсциссой $x = 1$.

2. Задания комбинированного типа.

2.1. Тестовые задания с обоснованием выбора.

№ п.п.	Содержание задания	Правильный ответ	Аргументы, обосновывающие выбор ответа
1.	Выберите правильный ответ и обоснуйте его: Найдите производную функции $f(x)=3x^2-5x+2$ в точке $x=1$. А) 1 Б) 2 В) 3 Г) 4	а	Найдём производную: $f'(x)=(3x^2)'-(5x)'+(2)'=6x-5$. Подставим $x=1$: $f'(1)=6\cdot1-5=1$.
2.	Выберите правильный ответ и обоснуйте его: Какая из функций имеет производную $f'(x)=2x+3$? А) $f(x)=x^2+3x$ Б) $f(x)=2x^2+3$ В) $f(x)=x^3+3x$ Г) $f(x)=x^2+3$	а	Продифференцируем варианты: А) $(x^2+3x)'=2x+3$ — совпадает с заданной производной. Б) $(2x_2+3)'=4x$ — не совпадает. В) $(x3+3x)'=3x^2+3$ — не совпадает. Г) $(x^2+3)'=2x$ — не совпадает.

3. Задания закрытого типа.

3.1. Тестовые задания.

Тест 1.

Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.

Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.

Выбрать один верный ответ.

Записать только букву выбранного варианта ответа.

Задание 1

Производная функции $f(x)$ в точке x_0 — это:

А) значение функции в точке x_0;

Б) предел отношения приращения функции к приращению аргумента при $\Delta x \to 0$;

В) площадь под графиком функции на отрезке $[x_0, x_0+\Delta x]$;

Г) среднее значение функции на интервале ($x_0-\Delta x$, $x_0+\Delta x$).

Задание 2

Геометрический смысл производной — это:
А) длина дуги графика функции;
Б) угловой коэффициент касательной к графику функции в данной точке;
В) площадь криволинейной трапеции;
Г) расстояние от точки до начала координат.

Задание 3

Если функция дифференцируема в точке, то она в этой точке:
А) обязательно разрывна;
Б) может быть разрывной;
В) обязательно непрерывна;
Г) не определена.

Задание 4

Дифференциал функции $y=f(x)$ обозначается как:
А) Δy;
Б) $f(x)dx$;
В) dy или $df(x)$;
Г) $f'(x)$.

Тема 6. Функции нескольких переменных. УК-1.1; УК-1.2; УК-1.3

1. Задания открытого типа.

1.1. Вопросы открытого типа.

№ п.п.	Вопрос
1.	Частные производные.
2.	Дифференцируемость функции нескольких переменных.
3.	Производные и дифференциалы высших порядков.
4.	Экстремумы функций нескольких переменных.
5.	Задачи оптимизации.
6.	Условный экстремум.

1.2. Контрольные задания

Задание 1.

В задачах № 1 – 10 вычислите частные производные данных функций.

1. $z = \frac{1}{\sqrt{3x^2+2x-5y+1}}$.

2. $z = \sqrt{x-2} \cdot e^{\frac{x}{y}}$.

3. $z = \ln(xy - \cos y)$.

4. $z = ctg^2 \frac{y-2}{x}$.

5. $z = \sin(x^2) \cdot arctg(xy)$.

6. $z = \arcsin(x + \sqrt{x^2+y^2})$.

7. $z = y \cdot arccos\sqrt{x+3}$.

8. $z = \frac{1}{arcctg(2x+\sqrt{xy})}$.

9. $z = \ln(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{y}})$.

10. $z = \sqrt{y} \cdot 2^{tg\sqrt{x}}$.

Задание 2

В задачах № 1 – 10 вычислите производные неявно заданных функций

1. $x^2 + y^2 = \sqrt{xy}, \frac{dy}{dx} = ?$

2. $x^2 - 3xy + sinz = 0, \frac{\partial z}{\partial x} = ?, \frac{\partial z}{\partial y} = ?$

3. $e^{xy} = tgy, \frac{dy}{dx} = ?$

4. $\sqrt{xz} - ytgz = 0, \frac{\partial z}{\partial x} = ?, \frac{\partial z}{\partial y} = ?$

5. $\ln(y + 1) = \frac{y}{x}, \frac{dy}{dx} = ?$

6. $\ln(x + z) - yz = 0, \frac{\partial z}{\partial x} = ?, \frac{\partial z}{\partial y} = ?$

7. $x^2 y = e^{x+2y}, \frac{dy}{dx} = ?$

8. $\cos(3yz - 1) + \sin(2xz) = 0, \frac{\partial z}{\partial x} = ?, \frac{\partial z}{\partial y} = ?$

9. $\cos(x + 1) = \arcsin(xy + 2), \frac{dy}{dx} = ?$

10. $arcsin(xz - 1) - arctg(yz) = 0, \frac{\partial z}{\partial x} = ?, \frac{\partial z}{\partial y} = ?$

2. Задания комбинированного типа.

2.1. Тестовые задания с обоснованием выбора.

№ п.п.	Содержание задания	Правильный ответ	Аргументы, обосновывающие выбор ответа
1.	Выберите правильный ответ и обоснуйте его: Дана функция $z=^{x2y}+3xy^2$. Найдите значение частной производной $\frac{\partial z}{\partial x}$ в точке (1; 1). А) 4 Б) 5 В) 6 Г) 7	Б	1. Находим $\frac{\partial z}{\partial x}$: $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}(x^2 y) + \frac{\partial}{\partial x}(3xy^2) = 2xy + 3y^2.$ 2. Подставляем $x = 1, y = 1$: $2 \cdot 1 \cdot 1 + 3 \cdot 1^2 = 2 + 3 = 5.$

2.	Выберите правильный ответ и обоснуйте его: Функция $z=x^2+y^2$ в точке (0; 0) имеет: А) максимум Б) минимум В) точку перегиба Г) не имеет экстремума	Б	1. Частные производные первого порядка: $$\frac{\partial z}{\partial x} = 2x, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = 2y.$$ Критическая точка: $2x = 0, 2y = 0 \to (0; 0)$. 2. Вторые производные: $$A = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 2, \quad B = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 0, \quad C = \frac{\partial^2}{\partial y}$$ 3. Определитель матрицы вторых производных: $$AC - B^2 = 2 \cdot 2 - 0^2 = 4 > 0.$$ Так как $A > 0$, в точке $(0; 0)$ — минимум.

3. Задания закрытого типа.

3.1. Тестовые задания.

Тест 1.

Внимательно прочитать текст задания и понять, что в качестве ответа ожидается только один из предложенных вариантов.

Внимательно прочитать предложенные варианты ответа.

Выбрать один верный ответ.

Записать только букву выбранного варианта ответа.

1. Частная производная функции $z = f(x, y)$ по переменной x — это производная, вычисленная при условии, что:

А) y — переменная, x — константа;

Б) x — переменная, y — константа;

В) обе переменные меняются;

Г) функция постоянна.

2. В какой точке функция $z=x^2+y^2$ имеет локальный минимум?

А) (1;1)

Б) (0;0)

В) (−1;−1)

Г) минимум отсутствует

3. Как называется переменная, от которой зависит значение функции нескольких переменных?

А) зависимая переменная

Б) независимая переменная

В) постоянная величина

Г) параметр

4. Что показывает частная производная функции по одной из переменных?

А) общее изменение функции при изменении всех переменных

Б) изменение функции при фиксированных значениях остальных переменных

В) скорость роста функции в пространстве

Г) среднее значение функции в окрестности точки

6.3. Критерии и шкала оценивания на основе БРС.

КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ	РЕЗУЛЬТАТ В БАЛЛАХ
Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок	40
Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где обучающийся демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.	30-39
Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.	20-29
Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, т.е. обучающийся не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.	0-19

6.4. Для решения контрольных заданий обучающемуся разрешается использование калькулятора.

7. Методические материалы по освоению дисциплины (модуля)

Подготовка к лекциям.

Главное в период подготовки к лекционным занятиям – научиться методам самостоятельного умственного труда, сознательно развивать свои творческие способности и овладевать навыками творческой работы. Для этого необходимо строго соблюдать дисци-

плину учебы и поведения. Четкое планирование своего рабочего времени и отдыха является необходимым условием для успешной самостоятельной работы. В основу его нужно положить рабочие программы изучаемых в семестре дисциплин.Каждому обучающемуся следует составлять еженедельный и семестровый планы работы, а также план на каждый рабочий день. С вечера всегда надо распределять работу на завтрашний день. В конце каждого дня целесообразно подводить итог работы: тщательно проверить, все ли выполнено по намеченному плану, не было ли каких-либо отступлений, а если были, по какой причине это произошло. Нужно осуществлять самоконтроль, который является необходимым условием успешной учебы. Если что-то осталось невыполненным, необходимо изыскать время для завершения этой части работы, не уменьшая объема недельного плана.

Самостоятельная работа на лекции.

Слушание и запись лекций – сложный вид вузовской аудиторной работы. В связи, с чем предполагается следующая последовательность в подготовке обучающихся к лекции:

- ознакомление с материалом предыдущей лекции;
- знакомство с тематикой предстоящей лекции (по тематическому плану, представленному в настоящей рабочей программе дисциплины);
- прочтение и анализ учебных пособий, учебников, научных статей по теме предстоящего лекционного занятия;
- подготовить вопросы, которые вы предполагаете задать лектору по проблеме предстоящей лекции.

Внимательное слушание и конспектирование лекций предполагает интенсивную умственную деятельность обучающегося. Краткие записи лекций, их конспектирование помогает усвоить учебный материал. Конспект является полезным тогда, когда записано самое существенное, основное и сделано это самим обучающимся. Не надо стремиться записать дословно всю лекцию. Такое «конспектирование» приносит больше вреда, чем пользы. Запись лекций рекомендуется вести по возможности собственными формулировками. Желательно запись осуществлять на одной странице, а следующую оставлять для проработки учебного материала самостоятельно в домашних условиях. Конспект лекции лучше подразделять на пункты, параграфы, соблюдая красную строку. Этому в большой степени будут способствовать пункты плана лекции, предложенные преподавателям. Принципиальные места, определения, формулы и другое следует сопровождать замечаниями «важно», «особо важно», «хорошо запомнить» и т.п. Можно делать это и с помощью разноцветных маркеров или ручек. Лучше если они будут собственными, чтобы не приходилось просить их у однокурсников и тем самым не отвлекать их во время лекции. Целесообразно разработать собственную «маркографию» (значки, символы), сокращения слов. Не лишним будет и изучение основ стенографии. Работая над конспектом лекций, всегда необходимо использовать не только учебник, но и ту литературу, которую дополнительно рекомендовал лектор. Именно такая серьезная, кропотливая работа с лекционным материалом позволит глубоко овладеть знаниями.

Подготовка к практическим занятиям.

Цель практических занятий заключается в ознакомлении обучающихся с правилами ведения бухгалтерского учета коммерческих организаций. Подготовка к практическим занятиям предполагает проработку ответов на вопросы, предложенные в каждой теме каждого раздела настоящей рабочей программы дисциплины, а также выработку навыков работы с научной экономической литературой и библиографией, справочниками, справочно-правовыми базами.

Подготовку к каждому практическому занятию каждый обучающийся должен начать с ознакомления с планом практического занятия, который отражает содержание предложенной темы. Тщательное продумывание и изучение вопросов плана основывается на проработке текущего материала лекции, а затем изучения обязательной и дополнитель-

ной литературы, рекомендованную к данной теме. На основе индивидуальных предпочтений обучающемуся необходимо самостоятельно выбрать тему доклада по проблеме практического занятия и по возможности подготовить по нему презентацию. Если программой дисциплины предусмотрено выполнение практического задания, то его необходимо выполнить с учетом предложенной инструкции (устно или 10 письменно). Все новые понятия по изучаемой теме необходимо выучить наизусть и внести в глоссарий, который целесообразно вести с самого начала изучения курса. Результат такой работы должен проявиться в способности обучающегося свободно ответить на теоретические вопросы практического занятия, его выступлении и участии в коллективном обсуждении вопросов изучаемой темы, правильном выполнении практических заданий и контрольных работ.

Работа с литературными источниками.

В процессе подготовки к практическим занятиям, обучающимся необходимо обратить особое внимание на самостоятельное изучение рекомендованной учебно-методической (а также научной и популярной) литературы. Самостоятельная работа с учебниками, учебными пособиями, научной, справочной и популярной литературой, материалами периодических изданий и Интернета, статистическими данными является наиболее эффективным методом получения знаний, позволяет значительно активизировать процесс овладения информацией, способствует более глубокому усвоению изучаемого материала, формирует у обучающихся свое отношение к конкретной проблеме. Более глубокому раскрытию вопросов способствует знакомство с дополнительной литературой, рекомендованной преподавателем, что позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность в рамках выступления на занятиях, выявить широкий спектр мнений по изучаемой проблеме.

Подготовка к промежуточной аттестации.

При подготовке к промежуточной аттестации целесообразно:

- внимательно изучить перечень вопросов и определить, в каких источниках находятся сведения, необходимые для ответа на них;
- внимательно прочитать рекомендованную литературу;
- составить краткие конспекты ответов (планы ответов).

8. Учебная литература и ресурсы информационно-телекоммуникационной сети Интернет

8.1. Основная литература

1. Высшая математика для экономистов: сборник задач : учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев [и др.]. — 3-е изд., испр. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 539 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/5526. - ISBN 978-5-16-010074-6.

2. Антонов В.И. Элементарная и высшая математика : учебное пособие для вузов / В.И. Антонов, Ф.И. Копелевич. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2026. - 136 с.: ил. - Текст : непосредственный.

8.2. Дополнительная литература

1. Лобкова Н.И. Высшая математика для экономистов и менеджеров : учебное пособие для вузов / Н.И. Лобкова , Ю.Д. Максимов, Ю.А. Хватов; под редакцией Ю.А. Хватова. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2024. - 520 с.: ил. - Текст : непосредственный.

2. Черняк А.А. Высшая алгебра. Базовый уровень : учебное пособие для вузов /

А.А. Черняк, Ж.А. Черняк. - Санкт-Петербург : Лань, 2026. - 160 с.: ил. - Текст : непосредственный.

3. Туганбаев А.А. Основы высшей математики : учебное пособие для вузов / А.А. Туганбаев. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2026. - Ч.1. -312 с. - Текст : непосредственный.

8.3. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы.

1. Бобрик Г.И.Высшая математика для экономистов: сборник задач : учебное пособие / Г. И. Бобрик, Р. К. Гринцевичюс, В. И. Матвеев [и др.]. — 3-е изд., испр. — Москва : ИНФРА-М, 2024. — 539 с. — (Высшее образование: Бакалавриат).

8.4. Нормативные правовые документы и иная правовая информация

1. Конституция Российской Федерации (принята всенародным голосованием 12.12.1993) (с учетом поправок, внесенных Законами РФ о поправках к Конституции РФ от 30.12.2008 N6-ФКЗ, от 30.12.2008 N7-ФКЗ, от 05.02.2014 N2-ФКЗ) // Собрание законодательства РФ. 2014. N 15. Ст. 1691.

8.5. Интернет-ресурсы

1. Математический портал. − URL: http://mathportal.net/
2. www.consultant.ru Справочная правовая система «Консультант Плюс»
3. https://www.desmos.com/Calculator?lang=ru Онлайн-калькулятор desmos
4. exponenta.ru. Математический портал
5. http://mathhelpplanet.com Математичсекий ресурс

9. Материально-техническая база, информационные технологии, программное обеспечение и информационные справочные системы

Учебные аудитории, предназначенные для проведения занятий лекционного и семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации оборудованы:

– специализированной мебелью (аудиторные столы и стулья);

– техническими средствами обучения (мультимедийный проектор, светодиодный экран, персональный компьютер (ноутбук) с программным обеспечением);

– экраном для демонстрации презентаций и фильмов;

– учебной доской (маркерной).

Учебные аудитории, предназначенные для самостоятельной работы, оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и использования электронно-библиотечных и информационно-справочных систем, а также с обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду.

Перечень информационных технологий, программных продуктов, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине	
1	Операционная система (Microsoft Windows 10);
2	Пакет офисных программ (Microsoft Office 2016);
3	Антивирусная программа (Kaspersky Endpoint Security);
4	Интернет-браузер (GoogleChrome и Yandex, Firefox,MicrosoftEdge);
5	Различные утилиты (Архиваторы (7-ZipFileManager),программа для составления бизнес-планов (ProjectLibre), программа для записи компакт-дисков “ultraISO”,

	файловые менеджеры, программы просмотра изображений (AcrobatReaderfree), мультимедийный проигрыватель (Windowsmediaplayer), программа для конференц-связи (МТС-линк).
6	• Электронно-библиотечная система Znanium • Электронно-библиотечная система Айбукс • Электронно-библиотечная система Лань • https://lib.ranepa.ru/ru/ • Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU http://elibrary.ru